Отчет о работе молодежной научной школы

Методы оптимизации траекторий управляемых подвижных объектов

Руководитель: Галяев А.А.

Институт Проблем Управления им. В.А. Трапезникова РАН

Ученый совет, Москва, 19 мая, 2022

Проект направлен на решение следующих научных задач:
1) Оптимальное планирование траекторий управляемых объектов (УО) при уклонении от обнаружения, с разработкой алгоритмов построения оптимальных (субоптимальных) траекторий движения УО в задачах перехвата и уклонения от обнаружения, с том числе для УО обладающих динамикой машины Дубинса и в игровых постановках. Классификация оптимальных траекторий УО с учетом заданной конфигурации обнаружителей. Решение задач рациональной расстановки сил и средств для обнаружения УО.
2) Разработка методики оптимизации траекторий перелётов космических аппаратов (КА), в том числе с комбинированной тягой, условиями жёсткой фазировки, сквозной оптимизацией, многоимпульсным подлётом на целевую орбиту, продолжение по параметру с перестройкой структуры траектории.
Защиты в 2021 г.
Родионов И.В. защита докторской диссертации 16.09.2021 по теме "Вероятностный и статистический анализ экстремумов дискретных стохастических систем"по направлению 01.01.05.
Самохин А.С. защита кандидатской диссертации 19.10.2021 по теме "Методика построения экстремалей Понтрягина в задачах сквозной траекторной оптимизации межпланетных перелётов с учётом планетоцентрических участков"по направлению 01.02.01.

Публикации

№ п/п	ФИО	WoS Q1, Q2	WoS Q3, Q4	Scopus Q1, Q2	Scopus Q3, Q4	РИНЦ Статьи ВАК	РИНЦ Конф.+	Итого
1.	Берлин Л.М.	0	1(0)	1(0)	0	1(0)	3(1)	4(0)
2.	Бузиков М.Э.	1(1)	2(1)	3(1)	0(1)	1(1)	3(1)	6(3)
3.	Каменщиков М.А.	1(0)	1(1)	1(1)	1(1)	1(1)	2(1)	4(3)
4.	Лысенко П.В.	1(1)	1(1)	1(1)	3(1)	2(1)	4(1)	8(4)
5.	**Маркович Л.А.**	1(2)	1(0)	1(2)	0	0	1(1)	3(3)
6.	Медведев А.И.	0	0	0	0	0	2(0)	2(0)
7.	Насонов И.А.	0	0	0	0	0	2(0)	2(0)
8.	Родионов И.В.	0(2)	3(0)	2(2)	3(2)	2(1)	2(1)	5(6)
9.	Рыжов М.С.	0	0	0(1)	1(1)	0(1)	3(1)	4(3)
10.	Самохин А.С.	1(2)	1(1)	1(2)	1(1)	0	7(4)	9(7)
11.	**Самохина М.А.**	0(2)	0(1)	0(2)	0(1)	0	7(4)	7(7)
12.	Филимонюк Л.Ю.	0(0)	3(1)	1(0)	1(1)	0	1(1)	5(3)
	Итого	5(4)	13(4)	11(9)	10(9)	7(8)	17(15)	40

Родионов Игорь Владимирович

Родионов Игорь Владимирович, 1988 г.р., ведущий научный сотрудник лаборатории 38.

За этот год: 1) защитил докторскую диссертацию по специальности 01.01.05; 2) стал руководителем гранта РНФ для молодых ученых.

Основные результаты за этот год:
1) Предложены критерии различения классов хвостов распределений, инвариантные относительно параметров сдвига и масштаба;
2) Предложен метод оценивания распределения максимума стационарной последовательности, улучшающий классические методы решения данной задачи.

За год опубликовано 5 работ (+1 в печати), из них 5 в WoS, 6 в Scopus, 3 в Q1-Q2 по Scopus.

План на следующий год:
1) Предложить метод оценивания распределения максимума стационарного случайного поля на основе фантомной функции;
2) Получить общий метод оценивания параметра хвоста распределения, инвариантный относительно параметра масштаба.

Филимонюк Леонид Юрьевич

Филимонюк Леонид Юрьевич, ведущий научный сотрудник лаборатории 27.
Основные результаты за этот год:
1. Критерии безопасности функционирования управляемых объектов, в состав которых входят составляющие, характеризующие различные аспекты безопасности функционирования управляемых объектов при возникновении критических сочетаний не опасных по отдельности событий.
2. Постановка задачи и модель оптимального управления сложными объектами по критерию безопасности в условиях возникновения критических сочетаний событий. Подход к решению поставленной задачи, позволяющий снизить ее размерность и вычислительную сложность.
3. Математические модели и алгоритмы анализа деревьев событий высокой размерности, из которых состоит функционирование, для оптимизации управления сложными объектами по критерию безопасности.

За год опубликовано 5 работ, из них 2 в WoS, 4 в Scopus.

План на 2022-2023 годы и ожидаемые результаты:
1. Математическая модель, позволяющая определить вероятность аварий и катастроф на управляемых объектах для различных критических сочетаний не опасных по отдельности событий.
2. Метод минимизации вероятности аварий и катастроф путем выбора парирующих действий с целью восстановления отказов и нарушений функционирования управляемых объектов.
3. Модели и методы оптимизации для перевода управляемых объектов из опасных состояний в условиях неопределенности в безопасные.

Самохин Александр Сергеевич

1989 г.р., Выпускник мехмата МГУ им. М.В. Ломоносова (красный диплом).

В 2021 защищена канд. дисс. по специальности 01.02.01 - Теоретическая механика (физ.-мат. науки), тема: „Методика построения экстремалей Понтрягина в задачах сквозной траекторной оптимизации межпланетных перелётов с учётом планетоцентрических участков“.

В настоящее время <u>старший научный сотрудник 38 лаборатории ИПУ РАН</u>.

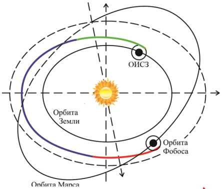
Опыт преподавания с 2010 года: 30 различных курсов на русском и английском (математика, программирование) в МГУ им. М.В. Ломоносова и филиалах, НИУ ВШЭ, РУДН, РАНХиГС.

27 статей (10 Scopus/WoS, 1 Q1), 68 докладов на конференциях, 3 НИР, 5 свидетельств о регистрации прав на ПО, под руководством защищено 13 дипломных работ бакалавров и магистров, был научным консультантом 30 выпускников МГУ и РУДН, регулярное участие в проведении вступительных и выпускных экзаменов, олимпиад 1 уровня по математике: Московская математическая олимпиада, Ломоносов, Покори Воробьёвы горы.

Научные интересы: оптимальное управление, оптимизация, численные методы, программирование, математическое моделирование, задачи космодинамики.

Основные постановки задач

Формализация задачи управления межпланетным перелётом космического аппарата кусочно-непрерывной ограниченной тягой нескольких двигателей приводит к сложной математической постановке задачи оптимального управления. Решение подобных многоэкстремальных задач требует синтеза методов локальной и глобальной оптимизации. Особую трудность представляет проведение сквозной оптимизации задачи с малой тягой. При решении необходимо использовать различные системы координат. Правые и левые части системы дифференциальных уравнений, описывающей изменение положения космического аппарата могут рваться неизвестное число раз в неизвестные моменты времени:



$$
\begin{cases}
\dot{x}_i = u_i, \quad \dot{y}_i = v_i, \quad \dot{z}_i = w_i, \quad \dot{m}_i = -\dfrac{P_i}{C_i}, \\
\dot{u}_i = -g_{xi} - \sum\limits_{B=\{E,S,M\}} \mu_B \dfrac{x_{Bi}}{r_{Bi}^3} + \dfrac{P_i}{m_i} \cos\xi_i \cos\eta_i, \\
\dot{v}_i = -g_{yi} - \sum\limits_{B=\{E,S,M\}} \mu_B \dfrac{y_{Bi}}{r_{Bi}^3} + \dfrac{P_i}{m_i} \sin\xi_i \cos\eta_i, \\
\dot{w}_i = -g_{zi} - \sum\limits_{B=\{E,S,M\}} \mu_B \dfrac{z_{Bi}}{r_{Bi}^3} + \dfrac{P_i}{m_i} \sin\eta_i,
\end{cases}
$$

здесь P_i, ξ_i, η_i – управление.

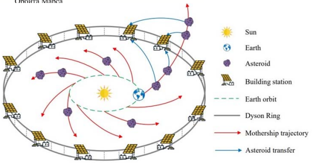
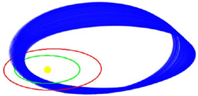


Illustration of the construction of the “Dyson ring”.



Задача облёта небольшой группой управляемых объектов большей группы объектов, движущихся по известным траекториям на примере GTOC XI. Безопасность космических перелётов, исследование эволюции орбит околоземных астероидов и астероидов Главного пояса.

Основные полученные результаты

1. 19 октября 2021 года защищеща диссертация „Методика построения экстремалей Понтрягина в задачах сквозной траекторной оптимизации межпланетных перелётов с учётом планетоцентрических участков“.
2. Развивается разработанная методика построения „лестницы задач“для оптимизации межпланетных перелётов в громоздких постановках: с учётом эффекта потери точности и перестройки структуры траектории при изменении количества активных участков, с единым функционалом, с учётом эфемерид, с решением задачи фазирования, ограниченной комбинированной большой и малой кусочно-непрерывной тягой. Построены экстремали Понтрягина для перелёта к Венере. Используемые для решения подходы: поэтапное решение задач в постепенно усложняющейся постановке, продолжение решения по параметру, решение систем линейных и нелинейных уравнений, численное интегрирование и дифференцирование, метод стрельбы, градиентные методы, принцип Лагранжа, принцип максимума Понтрягина.
3. В рамках соревнований GTOC XI предложен алгоритм оптимизации облёта небольшой группой управляемых объектов большей группы объектов, движущихся по известным траекториям, реализован и отлажен программный комплекс.
4. Разработан и реализован программный комплекс, моделирующий эволюцию орбит малых объектов Солнечной системы и межзвёздных объектов.

Выступления на конференциях, семинарах и публикации 2021-2022

По теме исследования сделано 10 докладов на конференциях:

- Ломоносовские чтения 2021. Секции механики, математики. МГУ, Москва. **x3**;
- IX Поляховские чтения, СПбГУ, Санкт-Петербург, 2021. **x3**;
- МКИНС, „Электроприбор'', Санкт-Петербург, 2021. **x2**;
- Space Flight Safety, IAA, Санкт-Петербург, 2021. **пленарный**;
- Королёвские чтения, МГТУ, Москва, 2022.

Опубликованные работы:

- Salnikova Tatiana, Samokhin Alexander. *Probability for Cosmic Masses of the Main Asteroid Belt to Approach the Earth* // Acta Astronautica, 2022 (May), vol. 194, pp. 411-416 Doi: 10.1016/j.actaastro.2021.09.036 (**WoS, Scopus Q1**)
- Alexander Samokhin, Tatiana Salnikova, Lubov Avdanina. *Possible areas of accumulation of the space masses in the Solar System* // Advances in the Astronautical sciences, Univelt Inc. Publ., 2022, 9 p. (в печати, **WoS, Scopus Q4**)
- Samokhina Marina, Samokhin Alexander. *About the 10th edition of the global trajectory optimization competition - Settlers of the Galaxy* // AIP Conference Proceedings, 2021, vol. 2318, № 1, art.n. 190007, 6 p. DOI 10.1063/5.0035910 (**WoS, Scopus**)
- A. Galyaev, A. Samokhin, M. Samokhina. *Application of the Gradient Projection Method to the Problem of Sensors Arrangement for Counteraction to the Evasive Object* // 28th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), 2021, pp. 1-3. Doi: 10.23919/ICINS43216.2021.9470857. (**Scopus**)
- Galyaev A.A., Samokhin A.S., Samokhina M.A. *On problem of optimal observers' placement on plane* // Journal of Physics: Conference Series, vol. 1864(1), art. num. 012075, 6 pp. Doi: 10.1088/1742-6596/1864/1/012075. (**Scopus**)
- Samokhin A.S., Samokhina M.A. *Optimization of the interplanetary flight to Mars with three-pulse approach to Phobos based on Lagrange principle* // Journal of Physics: Conference Series, vol. 1864(1), art. num. 012130, 6 pp. Doi: 10.1088/1742-6596/1864/1/012130. (**Scopus**)

Сделано 8 докладов на научных семинарах ИПУ РАН (**x4**), МГУ, ИПМ РАН, ИКИ РАН, АНУД.

Планы 2022-2023

Задачи:

- Задачи планирования маршрута движения управляемого объекта (УО) в конфликтной среде с целью оптимизации критерия миссии, а также задача расстановки сенсоров.
- Разработка методики оптимизации траекторий перелётов космических аппаратов (КА), в том числе с комбинированной тягой, условиями жёсткой фазировки, сквозной оптимизацией, многоимпульсным перелётом в сфере действия притягивающего центра, продолжение по параметру с перестройкой структуры траектории. Разработка методики борьбы с неустойчивостью метода стрельбы в задачах межпланетных перелётов; методики автоматизации перестройки траектории; решение задачи синтеза при учёте ошибок управления.
- Задача оптимизации облёта многочисленной группы объектов, движущихся по известным траекториям, управляемой малочисленной более манёвренной группой автономных аппаратов.
- Разработка транспортной инфраструктуры для колонизации Марса с созданием обитаемой базы на Фобосе. Разработка и реализация алгоритмов оптимизации траектории пилотируемой миссии к Марсу.

Планируемые результаты:

- Подготовка 5 статей по полученным результатам и их публикация в журналах списка WoS, в том числе планируется подать 2 статьи в Acta Astronautica (Q1):
  по оптимизации экспедиции с 3-имп. подлётом к Фобосу на основе принципа Лагранжа,
  по созданию обитаемой базы на Фобосе;
  1 статью в Mathematics (MDPI, Q1) по оптимизации траектории УО в конфликтной среде.
- Участие в конференциях с докладами: Чтения Циолковского, Королёвские чтения, Ломоносовские чтения, МКИНС, МКПУ, Moscow Solar System Symposium, Space Flight Safety, Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики.
- Участие в международных соревнованиях по глобальной оптимизации траекторий GTOC 12.

Берлин Леонид Михайлович

Математик лаборатории № 38,
студент 1 курса магистратуры МФТИ

- Бакалавр МФТИ (красный диплом)
- Прошёл курсы повышения квалификации от университета "Сириус":
  - Современные методы теории информации, оптимизации и управления
  - Методы управления движением робототехнических систем
- Стипендиат "Фонда развития инновационного образования"

Университет Сириус

Российская Федерация
Образовательный Фонд «Талант и успех»
АНО ВО «Университет «Сириус»

СЕРТИФИКАТ

Настоящий сертификат удостоверяет, что

Берлин
Леонид Михайлович

прошел[ла] обучение по дополнительной профессиональной программе «Современные методы теории информации, оптимизации и управления»

Научного центра информационных технологий и искусственного интеллекта

Даты проведения: 19 июля - 8 августа 2021 года
Объём программы: 108 академических часов

Руководитель программы:
к.ф.-м.н., руководитель центра информационных технологий и искусственного интеллекта АНО ВО «Университет "Сириус"
А.С. Менашев

Директор центра дополнительного профессионального образования
А.А. Андреева

genetics information cognition

Федеральная территория «Сириус» | Дата выдачи 8 августа 2021 г.

Университет Сириус

УДОСТОВЕРЕНИЕ
О ПОВЫШЕНИИ КВАЛИФИКАЦИИ

УС 031500000772

Документ о квалификации

Регистрационный номер
767

Федеральная территория «Сириус»

Дата выдачи
20 апреля 2022 г.

Настоящее удостоверение свидетельствует о том, что

Берлин
Леонид Михайлович

прошел(а) повышение квалификации в
Автономной некоммерческой образовательной организации высшего образования
«Научно-технологический университет «Сириус»

с 07 апреля 2022 г. по 20 апреля 2022 г.

по дополнительной профессиональной программе
«Методы управления движением робототехнических систем»

в объёме
98 часов

Руководитель Л.Г. Кирьянова
Секретарь Р.С. Усатов-Ширяев
М.П.

64-я Всероссийская научная конференция МФТИ

Диплом

награждается
Берлин Леонид Михайлович
за лучший устный доклад в рамках
64-й Всероссийской научной конференции МФТИ
в Секции интегрированных киберсистем на тему «Об управляемости и достижимости двух несинхронных осцилляторов с ограниченным скалярным управлением»

Ректор МФТИ
Д.В. Ливанов

Москва, 2021

Постановка задачи

Уравнения динамики

$$\begin{pmatrix} \dot q_1 \\ \dot p_1 \\ \dot q_2 \\ \dot p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 \\ -\omega_1^2 q_1 \\ p_2 \\ -\omega_2^2 q_2 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$x = (q_1, p_1, q_2, p_2)^T \in \mathbb{R}^4 = M.$$

Ограничение на управление

$$u \in [-\varepsilon, \varepsilon] = U.$$

Краевые условия

$$x(0) = x_0 = (0,\ 0,\ 0,\ 0)^T,$$
$$x(T_0) = x_{T_0} = (q_1^{T_0},\ p_1^{T_0},\ 0,\ 0)^T.$$

Критерий

$$T_0 = \int_0^{T_0} dt \to \min.$$

Геометрический подход к ЗОУ

Система векторных полей:

$$\mathcal{F}(x,u) = \{f_1 + uf_2 \mid u \in U\},$$
$$f_1 = p_1 \frac{\partial}{\partial q_1} + p_2 \frac{\partial}{\partial q_2} - \omega_1^2 q_1 \frac{\partial}{\partial p_1} - \omega_2^2 q_2 \frac{\partial}{\partial p_2},$$
$$f_2 = \frac{\partial}{\partial p_1} + \frac{\partial}{\partial p_2}.$$

Система ПМП:

$$\begin{cases} \dot h_1 = -uh_3, \\ \dot h_2 = h_3, \\ \dot h_3 = h_4, \\ \dot h_4 = h_5, \\ \dot h_5 = (-\omega_1^2\omega_2^2)h_2 + (-\omega_1^2 - \omega_2^2)h_4. \end{cases}$$

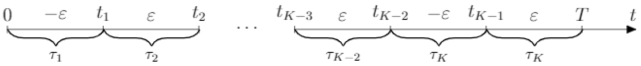
Условие максимума: $h_1 + uh_2 \to \max\limits_{u \le |\varepsilon|}$.

Оптимальное управление $u^*(t)$:

$$u^*(t) = \varepsilon\,\mathrm{sign}(C_1\cos(\omega_1 t) + C_2\sin(\omega_1 t) +$$
$$+ C_3\cos(\omega_2 t) + C_4\sin(\omega_2 t)).$$

Основные результаты

Класс K-1 переключений



Решения уравнений динамики

Для каждого момента переключения:

$(C, \Omega_i) = 0, \quad i = \overline{1, K-1},$

где
$C = (C_1, C_2, C_3, C_4),$

$$\Omega_i = \begin{pmatrix} \cos(w_1 t_i) \\ \sin(w_1 t_i) \\ \cos(w_2 t_i) \\ \sin(w_2 t_i) \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} 2\sum\limits_{j=1}^{K}(-1)^{j+1}\cos\left(w_1\sum\limits_{i=j}^{K}\tau_i\right) - \cos\left(w_1\sum\limits_{i=1}^{K}\tau_i\right) = (-1)^{K-1} + (-1)^{k+1}\dfrac{q_1^{T_0} w}{\varepsilon} \\ 2\sum\limits_{j=1}^{K}(-1)^{j+1}\sin\left(w_1\sum\limits_{i=j}^{K}\tau_i\right) - \sin\left(w_1\sum\limits_{i=1}^{K}\tau_i\right) = (-1)^{k}\dfrac{p_1^{T_0} w_1}{\varepsilon}, \\ 2\sum\limits_{j=1}^{K}(-1)^{j+1}\cos\left(w_2\sum\limits_{i=j}^{K}\tau_i\right) - \cos\left(w_2\sum\limits_{i=1}^{K}\tau_i\right) = (-1)^{K-1}, \\ 2\sum\limits_{j=1}^{K}(-1)^{j+1}\sin\left(w_2\sum\limits_{i=j}^{K}\tau_i\right) - \sin\left(w_2\sum\limits_{i=1}^{K}\tau_i\right) = 0. \end{cases} \tag{1}$$

Условия невырожденности управления

$$\det\left(\Omega_i, \Omega_{i+1}, \Omega_{i+2}, \Omega_{i+3}\right) = 0, \quad i = \overline{1, K-4}. \tag{2}$$

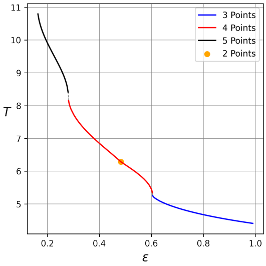
Основные результаты

Лемма

Система двух несинхронных осцилляторов с ограниченным и скалярным управлением является сильно достижимой и глобально управляемой.

Теорема (Необходимые условия оптимальности)

Любое решение задачи быстродействия для двух несинхронных осцилляторов в классе релейных управлений удовлетворяет совместной системе (1) и (2).



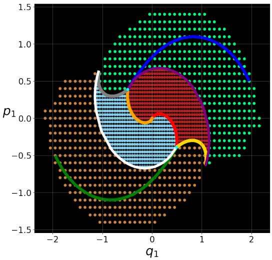


Рис. 1 : Зависимость $T(\varepsilon)$ и фазовая плоскость первого осциллятора

Заключение

Результаты

1. Доказана сильная достижимость и глобальная управляемость системы.
2. Получены необходимые условия экстремума, сформулированные в виде Теоремы, которая позволяет вычислить моменты переключения для любого заданного класса управления.
3. Исследована фазовая плоскость конечных состояний первого осциллятора на предмет принадлежности классам трёх и четырёх переключений.
4. Описаны и найдены кривые, являющиеся граничными для полученных областей различных классов переключений.
5. Получены аналитические выражения для описания кривой класса двух переключений, которая разделяет области трёх переключений с различным управлением на начальном интервале.

Планы

1. Исследовать задачу быстродействия для группы несинхронных осцилляторов.
2. Исследовать вопросы достижимости и управляемости такой системы.
3. Определить необходимые условия оптимальности, которые будут определять управление в любом заранее заданном классе переключений.

Публикации

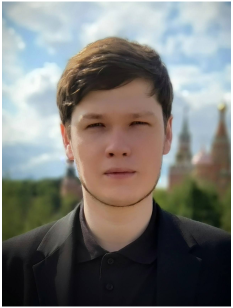
Публикации в журналах

1. Берлин Л. М., Галяев А. А., Лысенко П.В. Геометрический подход к задаче оптимального скалярного управления двумя несинхронными осцилляторами. Итоги науки и техники. Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. Т. 210, 2022, С. 1-9.(в печати)
2. Берлин Л. М., Галяев А. А. Условия экстремума при ограниченном скалярном управлении двумя несинхронными осцилляторами в задаче быстродействия. Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления. Т. 505, № 4, Москва, 2022.(в печати)

Труды конференций

1. Берлин Л. М., Галяев А. А., Лысенко П. В. Геометрический подход к задаче оптимального скалярного управления двумя несинхронными осцилляторами. Тезисы докладов 3-й Международной научной конференции «Геометрические методы в теории управления и математической физике». Рязань. 2021. С. 28.
2. Берлин Л. М., Галяев А. А., Лысенко П.В. Исследование оптимального решения задачи быстродействия для двух несинхронных осцилляторов. XIV Всероссийская мультиконференция по проблемам управления МКПУ-2021. Материалы XIV мультиконференции. Т. 4, Ростов-на-Дону, 2021. С. 39-41.
3. Берлин Л. М., Галяев А. А., Лысенко П. В. Об управляемости и достижимости двух несинхронных осцилляторов с ограниченным скалярным управлением. Труды 64-й Всероссийской научной конференции МФТИ "Радиотехника и компьютерные технологии". Москва. 2021. С. 54-56.

Бузиков Максим Эмонайевич, н.с. лаб. №38



Образование (Физический факультет МГУ им. Ломоносова).

- *Аспирантура (2019–2023). Специальность 05.13.18. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».*
- *Магистратура (2017–2019). Название ВКР: «Алгоритмизация индуктивно-дедуктивных рассуждений».*
- *Бакалавриат (2013–2017). Название ВКР: «Автоматизация планирования действий автономного транспортного средства».*

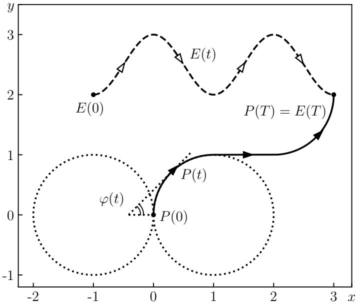
Сфера научных интересов: *оптимальное управление, дифференциальные игры.*

Опыт работы (ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН).

- *Научный сотрудник (2022–н.в.).*
- *Младший научный сотрудник (2019–2022).*
- *Инженер-программист (2018–2019) лаб. №38.*
- *Инженер-программист (2017–2018) лаб. №3.*

Количество публикаций: *WoS — 4 (Q1 – 1), RSCI – 2*

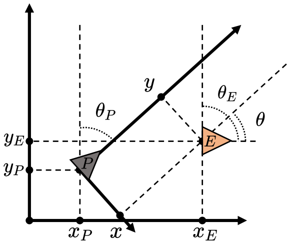
Перехват цели движущейся известным образом



u — управление машиной Дубинса. $P(t) = (x(t), y(t))$. $E(\cdot)$ — заданная функция. $P(T) = E(T)$ — условие перехвата.

$$\begin{cases} \dot{x} = \cos\varphi \\ \dot{y} = \sin\varphi \\ \dot{\varphi} = u \end{cases} \qquad J[u] \stackrel{\text{def}}{=} \int_0^T dt \to \min_u$$

Перехват уклоняющейся цели (игра двух идентичных автомобилей)



u, v — управления преследователя P и убегающего E соответственно. $x^2 + y^2 \leq \ell^2$ — терминальное множество.

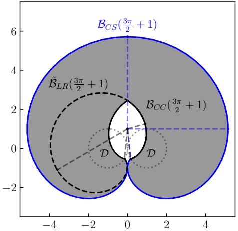
$$J[u, v] \stackrel{\text{def}}{=} \int_0^T dt \to \min_u \max_v \qquad \begin{cases} \dot{x} = -uy + \sin\theta \\ \dot{y} = -1 + ux + \cos\theta \\ \dot{\theta} = v - u \end{cases}$$

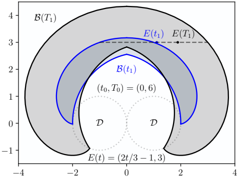
[1] *M.E. Buzikov, A.A. Galyaev*. Minimum-time lateral interception of a moving target by a Dubins car // Automatica. 2022. V. 135. Art. No. 109968.

[2] *Бузиков М.Э., Галяев А.А.* Перехват подвижной цели машиной Дубинса за кратчайшее время // АиТ. 2021. № 5. С. 3-19.

[3] *R. Bera, et. al.* A comprehensive differential game theoretic solution to a game of two cars // JOTA. 2017. V. 174. No. 3. P. 818–836

Алгоритмы перехвата для известного движения цели



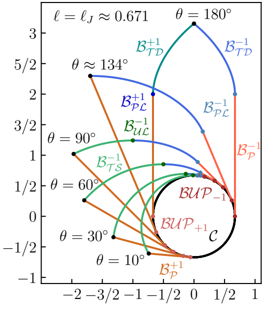


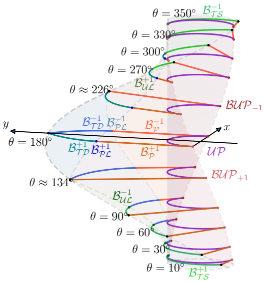
- Получено аналитическое выражения для индикатора принадлежности множеству достижимости.
- Аналитически описано расстояние от произвольной точки до границы множества достижимости.
- Разработана эффективная процедура проверки возможности ε-сближения за конечное время.
- Описаны три класса алгоритмов поиска оптимального времени перехвата с как минимум линейной сходимостью[4].
- Произведено сравнение эффективностей этих алгоритмов на частных примерах[5].

[4] *Бузиков М.Э., Галяев А.А.* Алгоритмы вычисления оптимальной траектории перехвата подвижной цели машиной Дубинса / Материалы 14-й Мультиконференции по проблемам управления. 2021. Т. 1. С. 73-76.

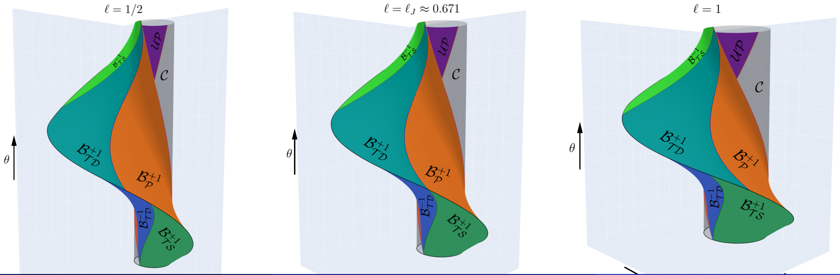
[5] *Галяев А.А., Бузиков М.Э.* Сравнение алгоритмов построения оптимальной траектории перехвата подвижной цели машиной Дубинса / Тезисы докладов научной конференции «Ломоносовские чтения». М.: Физический факультет МГУ, 2022.

Игра двух идентичных автомобилей: описание барьера





- Получено полное аналитическое описание барьера.
- Получены аналитические условия «отсечения» лишних частей барьера.
- Установлен характер изменения геометрии барьера при изменении радиуса захвата.
- Вычисленно критическое значение радиуса захвата, при котором меняется качественно геометрия барьера.
- Произведен синтез оптимальных управлений на поверхности барьера.



Список опубликованных работ

1. *Buzikov M.E., Galyaev A.A.* Minimum-time lateral interception of a moving target by a Dubins car // Automatica. 2022. V. 135. Art. No. 109968. (WoS, Scopus)
2. *Buzikov M.E., Galyaev A.A.* Estimating the target survival probability in the attackers–target–defenders problem // Automation and Remote Control. 2021. Vol. 82, No. 9. C. 1597-1606. (WoS, Scopus)
3. *Бузиков М.Э., Галяев А.А.* Перехват подвижной цели машиной Дубинса за кратчайшее время // АиТ. – 2021. Т. 82. №5. С. 3–19. (WoS, Scopus, RSCI)

Участие в научных мероприятиях:

1. Доклад «Сравнение алгоритмов построения оптимальной траектории перехвата подвижной цели машиной Дубинса» на ежегодной общеуниверситетской научной конференции «Ломоносовские чтения» в секции «Физика», 12–23 апреля 2022 года.
2. Доклад «Алгоритмы вычисления оптимальной траектории перехвата подвижной цели машиной Дубинса» на XIV-ой всероссийской мультиконференции по проблемам управления (МКПУ-2021), 27 сентября–2 октября 2021 года.

Планы на 2022–2023

За следующий год планируется получить:

- Алгебраический критерий вхождения в зону захвата для игры двух идентичных автомобилей.
- Аналитические выражения для оптимальных управлений как функций состояния в зоне захвата.
- Аналитическое выражение для цены игры.
- Аналитическое описание универсальной и рассеивающей поверхностей с условиями «отсечения» лишних частей.

А также планируется исследовать характер изменения геометрических свойств сингулярных поверхностей при изменении радиуса захвата.

Каменщиков Михаил Александрович

младший научный сотрудник

Лаборатория 8

E-mail: mlilliah642@gmail.com

Даты обучения в аспирантуре ВМК МГУ:

с 01.10.2018 по 01.10.2022

Специальность (по Приказу Минобрнауки РФ N 1027 от 23.10.2017):
01.01.02. Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Специальность (по Приказу Минобрнауки РФ N 118 от 24.02.2021):
1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Постановка задачи

Непрерывное время

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + w(t), \\ y(t) = Cx(t) + v(t), \ t \geqslant 0; \end{cases}$$

$$\sigma(t) = Fx(t), \quad t \geqslant 0,$$

$$\mathbb{E}\left[\begin{pmatrix} w(t) \\ v(t) \\ x(0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w(\tau) \\ v(\tau) \\ x(0) \\ 1 \end{pmatrix}^{\mathsf{T}}\right] =$$

$$= \begin{bmatrix} Q\delta(t-\tau) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R\delta(t-\tau) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_0 + \bar{x}_0\bar{x}_0^{\mathsf{T}} & \bar{x}_0 \end{bmatrix}$$

Дискретное время

$$\begin{cases} x_{i+1} = Ax_i + Bu_i + w_i, \\ y_i = Cx_i + v_i, \ i = 0, 1, 2, \ldots; \end{cases}$$

$$\sigma_i = Fx_i, \quad i = 0, 1, 2, \ldots,$$

$$\mathbb{E}\left[\begin{pmatrix} w_i \\ v_i \\ x_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_j \\ v_j \\ x_0 \\ 1 \end{pmatrix}^{\mathsf{T}}\right] =$$

$$= \begin{bmatrix} Q\delta_{ij} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R\delta_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_0 + \bar{x}_0\bar{x}_0^{\mathsf{T}} & \bar{x}_0 \end{bmatrix}$$

$$x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^r, \quad y \in \mathbb{R}^1, \quad \sigma \in \mathbb{R}^1, \quad Q \succeq 0, \quad P_0 \succeq 0, \quad R \succ 0$$

$$J = \lim_{t \to \infty} \mathbb{E}[(\sigma(t) - \widetilde{\sigma}(t))^2] \to \min.$$

$$J = \lim_{i \to \infty} \mathbb{E}[(\sigma_i - \widetilde{\sigma}_i)^2] \to \min.$$

Результаты

В каноническом базисе получены необходимые и достаточные условия существования фильтров второго ($k=2$) и третьего ($k=3$) порядка:

$$\begin{cases} \dot{\widetilde{q}}(t) = N\widetilde{q}(t) + TBu(t) + My(t), \\ \widetilde{\sigma}(t) = P\widetilde{q}(t), \ t \geqslant 0; \widetilde{q}(0) = T\bar{x}_0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \widetilde{q}_{i+1} = N\widetilde{q}_i + TBu_i + My_i, \widetilde{q}_0 = T\bar{x}_0, \\ \widetilde{\sigma}_i = P\widetilde{q}_i + Vy_i, \ i = 0, 1, 2, \dots; \end{cases}$$

$$\widetilde{q} \in \mathbb{R}^k, \ \widetilde{\sigma} \in \mathbb{R}^1, \ N \in \mathbb{R}^{k\times k}, \ T \in \mathbb{R}^{k\times n}, \ M \in \mathbb{R}^{k\times 1}, \ P \in \mathbb{R}^{1\times k}, \ V \in \mathbb{R}^{1\times 1}.$$

В каноническом базисе получены аналитические выражения для передаточной матрицы $W_{e\bar{u}} = \begin{pmatrix} W_{ew} & W_{ev} \end{pmatrix}$ системы в отклонениях $\varepsilon = q - \widetilde{q}$, $e = \sigma - \widetilde{\sigma}$:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}(t) = N\varepsilon(t) + Tw(t) - Mv(t), \\ e(t) = P\varepsilon(t), \ t \geqslant 0; \varepsilon(0) = q(0) - \widetilde{q}(0); \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{i+1} = N\varepsilon_i + Tw_i - Mv_i, \varepsilon_0 = q_0 - \widetilde{q}_0, \\ e_i = P\varepsilon_i - Vv_i, \ i = 0, 1, 2, \dots; \end{cases}$$

для вычисления критерия оптимальности:

$$J = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} W_{e\bar{u}}(j\omega)\begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} W_{e\bar{u}}^{\mathsf{T}}(-j\omega)d\omega.$$

$$J = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} W_{e\bar{u}}(e^{j\theta})\begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} W_{e\bar{u}}^{\mathsf{T}}(e^{-j\theta})d\theta.$$

Результаты. Примеры

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}, F^{\mathsf{T}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1/16 \\ 1 & 0 & 0 & -1/2 \\ 0 & 1 & 0 & -3/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}, F^{\mathsf{T}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \\ 1/3 \\ 1/4 \end{pmatrix},$$

$$\bar{x}_0^{\mathsf{T}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \ B = 0, \ Q = P_0 = I_4, \ R = 1;$$

Матрицы фильтров второго порядка $(k = 2)$ и значение J:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -l_1 & -l_2 \end{pmatrix}, T = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 - V \\ f_2 & f_3 & f_4 - V & t_{24} \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \end{pmatrix},$$

$l_1 = 1, l_2 = 3, V = 0, t_{24} = 13, m_1 = -2, m_2 = 5,$ $f_1 = 1, f_2 = -1, f_3 = 2, f_4 = -5,$ $J \approx 7.67$.

$l_1 \approx -0.52, l_2 \approx 0.38, V \approx 0.11, t_{24} \approx 0.12, m_1 \approx -1.21,$ $m_2 \approx -0.67, f_1 = 1, f_2 = 1/2, f_3 = 1/3, f_4 = 1/4,$ $J \approx 4.12$.

Матрицы фильтров третьего порядка $(k = 3)$ и значение J:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -l_1 & -l_2 & -l_3 \end{pmatrix}, T = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 - V \\ f_2 & f_3 & f_4 - V & t_{24} \\ f_3 & f_4 - V & t_{24} & t_{34} \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix},$$

$l_1 \approx 2.05, l_2 \approx 4.12, l_3 \approx 3.54, V = 0, t_{24} \approx 11.49,$ $t_{34} \approx -24.1, m_1 \approx -0.49, m_2 \approx 1.16, m_3 \approx -2.64,$ $f_1 = 1, f_2 = -1, f_3 = 2, f_4 = -5,$ $J \approx 7.07$.

$l_1 \approx -0.01, l_2 \approx 0.23, l_3 \approx 0.06, V = 0.37, t_{24} \approx -0.06,$ $t_{34} \approx 0.04, m_1 \approx -0.5, m_2 \approx 0.08, m_3 \approx 0.05, f_1 = 1,$ $f_2 = 1/2, f_3 = 1/3, f_4 = 1/4,$ $J \approx 2.32$.

Публикации за 2021–2022 год

Статьи в журналах:

[1] Каменщиков М. А. Передаточные функции оптимальных фильтров различных динамических порядков для дискретных систем // Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. 2021. №2. С.19–28.
Перевод: Kamenshchikov M. A. Transfer functions of optimum filters of different dynamic orders for discrete systems. Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics. 2021, 45(2), 60–70.

[2] Фомичев В. В., Каменщиков М. А. Сравнительный анализ оптимальных фильтров второго и третьего порядков для непрерывных систем // Дифференциальные уравнения. 2021. Т.57. №11. С.1546–1554.
Перевод: Fomichev V.V., Kamenshchikov M.A. Comparative analysis of optimal filters of the second and third order for continuous-time systems. Differential Equations. 2021, 57(11), 1527–1535.

[3] Kamenshchikov M. Conditions for Existence of Second-Order and Third-Order Filters for Discrete Systems with Additive Noises // Mathematics. 2022, 10(3), 370.

Тезисы докладов:

[1] Фомичев В. В., Каменщиков М. А. Сравнение оптимальных фильтров второго и третьего порядка в установившемся режиме / Ломоносовские чтения: научная конференция: тезисы докладов. 20–29 апреля 2021г. М.: МАКС Пресс, 2021. С.151–152.

[2] Фомичев В. В., Каменщиков М. А. О задаче субоптимальной фильтрации для стохастических многосвязных систем / Ломоносовские чтения: научная конференция: тезисы докладов. 14–22 апреля 2022г. М.: МАКС Пресс, 2022. С.91–92.

Заявка на 2022–2023 год

1. Разработка методов синтеза субоптимальных фильтров, для стохастических многосвязных (векторный выход и векторный функционал) систем в непрерывном и дискретном времени.
2. Получение аналитических выражений для передаточных функций субоптимальных наблюдателей различных динамических порядков для многосвязных непрерывных и дискретных систем.
3. Получение необходимых и достаточных условий существования субоптимальных фильтров различных порядков для стохастических многосвязных систем в непрерывном и дискретном времени.
4. Разработка численных примеров и программных комплексов, реализующих полученные методы.

Лысенко Павел Владимирович

Образование:

- 2012 – 2016 гг. - бакалавриат ФРТК МФТИ
- 2016 – 2018 гг. - магистратура ФРТК МФТИ
- 2018 – 2022 гг. - аспирантура ФРКТ МФТИ

Работа в лаборатории №38 ИПУ РАН:

- 2017 – 2018 гг. - математик
- 2018 – 2021 гг. - младший научный сотрудник
- 2021 – текущее время - научный сотрудник

Достижения:

- Подготовлена к защите кандидатская диссертация "Траекторная оптимизация риска обнаружения подвижных объектов в задаче уклонения". Научный руководитель Галяев А.А. Дата защиты 16 июня 2022 года.
- Премия имени Б.Н. Петрова (совместно с Галяевым А.А. и Яхно В.П.) за лучшую работу ИПУ РАН в 2021 году.
- Диплом победителя конкурса за лучшую работу Института 2016-2021 гг. (совместно с коллективом авторов).

Научные интересы: оптимальное управление, дифференциальные игры, экстремальные задачи.
Список статей: https://www.ipu.ru/node/39758/publications (13 в WoS/Scopus, 3 в Q1).

Постановки задач

Задача поиска оптимальной траектории движения подвижного объекта при уклонении от обнаружения с учётом неравномерной индикатрисы излучения объекта.

Задача

Найти траекторию $(r^*(t), \varphi^*(t))$*, минимизирующую функционал* $R = \int_0^T \left(\frac{v}{r}\right)^\mu g(\beta)\,dt$*,*

где v *– скорость объекта,* r *– расстояние между обнаружителем и объектом,* $g(\beta)$ *– индикатриса излучения, а* β *- угол поворота объекта относительно направления на обнаружитель. Краевые условия* $r(0) = r_A,\ r(T) = r_B,\ \varphi(0) = \varphi_A,\ \varphi(T) = \varphi_B$*. Время* T *движения объекта по маршруту от точки* A *к точке* B *фиксировано.*

Задача субоптимального перехвата случайно движущейся цели.

Задача

Динамика системы для относительного вектора η_t*:*

$$\dot{\eta}_t = u_t + A + B\Theta_t, \quad \eta_0 \triangleq Z_2^0, \quad A = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Уравнение для математического ожидания вектора η_t *в терминальный момент* ϑ*:*

$$\mathbf{E}\eta_\vartheta = \eta_0 + A\vartheta + B\frac{\Theta_0}{D}\left(1 - e^{-D\vartheta}\right) + \int_0^\vartheta u_s ds = 0.$$

Критерий оптимизации

$$\mathbf{E}G(\eta_\vartheta, \Theta_\vartheta) \to \min_{u_t}, \ G(\eta_\vartheta, \Theta_\vartheta) = \eta_\vartheta^2 + \gamma\Theta_\vartheta.$$

Результаты

- В задаче поиска оптимальной траектории движения подвижного объекта в конфликтной среде с учётом неравномерной индикатрисы излучения объекта исследован случай невыполнения достаточных условий оптимальности, т.е. когда оптимальным решением задачи являются двузвенные траектории.
- Получен ряд утверждений о структуре таких решений, предложен алгоритм нахождения оптимальных углов для сегментов этих двузвенных траекторий. Показана универсальность построения многозвенных траекторий с использованием полученных углов.
- Для случая нулевого Гессиана задачи найдены оптимальные скоростные режимы для заданной траектории и оптимальные траектории для фиксированных скоростных режимов.
- Сформулирована задача стохастического оптимального управления подвижным объектом для перехвата поисковой системы, которая затем сведена к детерминированной задаче. Найдены оптимальное время перехвата и оптимальный закон управления. Проведено сравнение эффективности полученного закона перехвата с классическими методами наведения.

Результаты

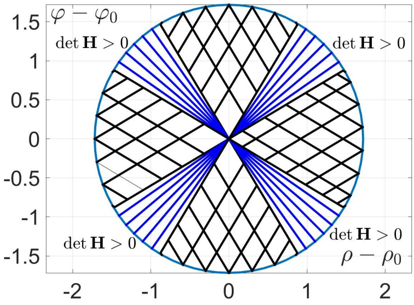


Рис. 2 : Оптимальные траектории в задаче уклонения от обнаружения управляемого подвижного объекта с неравномерной индикатрисой излучения

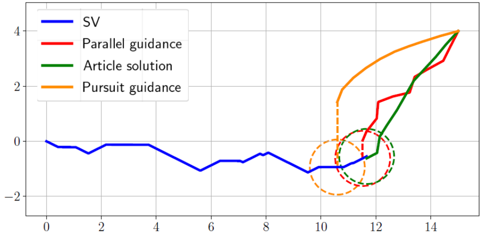


Рис. 3 : Сравнение траекторий, соответствующих различным законам наведения для перехвата поисковой системы, движущейся случайными галсами

Публикации за год

- Галяев А.А., Лысенко П.В., Яхно В.П. Evading a Single Detector by an Object Moving at a Given Speed // Automation and Remote Control. 2021 82(7). C. 1281–1291. https://doi.org/10.1134/S0005117921070110
- Галяев А.А., Лысенко П.В., Яхно В.П. Algorithm for Optimal Two-Link Trajectory Planning in Evasion from Detection Problem of Mobile Vehicle with Non-Uniform Radiation Pattern // Advances in Systems Science and Applications. 2021 21(2). C. 71-82. https://doi.org/10.25728/assa.2021.21.2.1061
- Галяев А.А., Лысенко П.В., Рубинович Е.Я. Optimal Stochastic Control in the Interception Problem of a Randomly Tacking Vehicle // Mathematics. 2021 №9(19). C. 2386. https://doi.org/10.3390/math9192386
- Галяев А.А., Лысенко П.В., Яхно В.П. Две задачи планирования оптимальных траекторий подвижного объекта в случае вырождения необходимых условий экстремума. // Автоматика и телемеханика. 2022 (7). (В Печати)
- Лысенко П.В. Кандидатская диссертация "Траекторная оптимизация риска обнаружения подвижных объектов в задаче уклонения".

Участие в конференциях и планы на будущее

Конференции:

- 14-ая Мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2021). Галяев А.А., Лысенко П.В., Рубинович Е.Я. О задаче оптимального перехвата цели, движущейся случайными галсами. 1-3 октября 2021, г. Дивноморское, Геленджик.
- Конференция "Актуальные проблемы защиты и безопасности". Галяев А.А., Лысенко П.В., Рубинович Е.Я. Об одной задаче субоптимального перехвата случайно движущейся цели. 6 апреля 2022г., Санкт-Петербург.
- 3 выступления с докладами на научном семинаре "Управление по неполным данным" ИПУ РАН.

Планы:

- Поиск оптимальных траекторий машины Дубинса при движении в поле обнаружения одиночного сенсора.
- Исследование оптимальных алгоритмов наведения на цель в задаче преследования-уклонения.
- Исследование оптимальных манёвров цели для уклонения в задаче преследования-уклонения.

Докладчик: *Медведев Андрей Игоревич, тех. лаб. №38.*

Образование (Физический факультет МГУ им. Ломоносова).

- *Бакалавриат (2018–2022). Название ВКР: «Перехват цели на круговой траектории машиной Дубинса в задаче быстродействия».*

Сфера научных интересов: *нейросетевые методы решения прикладных задач, машинное обучение, дифференциальные игры.*

Опыт работы (ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН).

- *Техник (2021–н.в.) лаб. №38.*

Перехват цели на круговой траектории машиной Дубинса в задаче быстродействия

Динамика машины Дубинса:

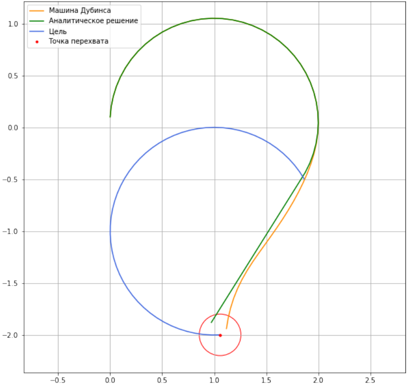
$$\begin{cases} \dot{x_P} = \cos\varphi; & \dot{\varphi} = u; \\ \dot{y_P} = \sin\varphi; & |u(t)| \in [0,1]. \end{cases} \tag{3}$$

Положение машины Дубинса: $P(t) = (x_P(t), y_P(t), \varphi(t))$.
Положение цели: $E(t) = (x_E(t), y_E(t))$.
x_E, y_E — известные непрерывные функции, задающие траекторию цели.
$\varphi(t)$ — угол между направлением скорости преследователя и абсциссой
Терминальное условие R-перехвата: $|x_P(T) - x_E(T)| \leq R; |y_P(T) - y_E(T)| \leq R$
Начальное положение машины Дубинса: $P(0) = (0, 0, \pi/2)$.
Задача перехвата цели за минимальное время: $J[u] \overset{def}{=} \int\limits_0^T dt \to \min\limits_u$.
Для перехода из $S = (x_P, y_P, \varphi, x_E, y_E)$ в новые координаты (L', ω, Θ) используется состояние, предсказанное нейронной сетью $S' = (x'_P, y'_P, \varphi', x'_E, y'_E)$:

$$L' = \sqrt{(x'_P - x'_E)^2 + (y'_P - y'_E)^2} \quad \omega = \frac{\psi' - \psi}{\Delta t} \quad \Theta = \varphi' - \psi',$$

где $\psi = \arctan\left(\frac{y_E - y_P}{x_E - x_P}\right)$.

Перехват цели на круговой траектории машиной Дубинса в задаче быстродействия



- Адаптирован и применен алгоритм Deep Deterministic Policy Gradient (DDPG) для пространства непрерывных действий и с помощью него получено решение задачи перехвата цели машиной Дубинса.
- Осуществлен синтез траекторий перехвата цели, движущейся по круговой траектории.
- Получено нейросетевое решение способное перехватывать цель.

Участие в научных мероприятиях:

1. Доклад «Нейросетевой подход к решению задачи перехвата машиной Дубинса цели на заданной траектории.» на ежегодной общеуниверситетской научной конференции «Ломоносовские чтения» в секции «Физика», 12–23 апреля 2022 года.
2. Доклад «Нейросетевой подход к решению задачи перехвата машиной Дубинса цели на прямолинейной и круговой траекториях» на международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2022» 11 апреля–22 апреля 2022 года.

Планы на 2022–2023

В течении ближайшего года планируется осуществить следующие цели:

- Найти решение задачи двух автомобилей численными методами.
- Найти численное описание барьера в задаче игры двух автомобилей.

Также планируется улучшение алгоритмов применения метода Deep Deterministic Policy Gradient для решения задач дифференциальных игр.

Докладчик: *Насонов Иван Андреевич, тех. лаб. №38.*

Образование (Физический факультет МГУ им. Ломоносова).

- *Бакалавриат (2018–2022). Название ВКР: «Перехват прямолинейно движущейся цели машиной Дубинса в задаче быстродействия».*

Сфера научных интересов: *нейросетевые методы решения прикладных задач, машинное обучение, дифференциальные игры.*

Опыт работы (ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН).

- *Техник (2021–н.в.) лаб. №38.*

Перехват прямолинейно движущейся цели машиной Дубинса в задаче быстродействия

Динамика машины Дубинса:

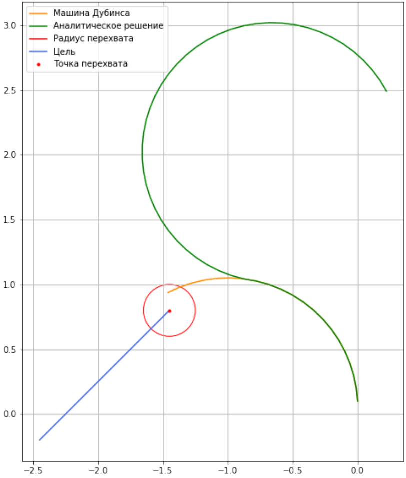
$$\begin{cases} \dot{x_P} = \cos\varphi; & \dot{\varphi} = u; \\ \dot{y_P} = \sin\varphi; & |u(t)| \in [0,1]. \end{cases} \tag{4}$$

Положение машины Дубинса: $P(t) = (x_P(t), y_P(t), \varphi(t))$.
Положение цели: $E(t) = (x_E(t), y_E(t))$.
x_E, y_E — известные непрерывные функции, задающие траекторию цели.
$\varphi(t)$ — угол между направлением скорости преследователя и абсциссой
Терминальное условие R-перехвата: $|x_P(T) - x_E(T)| \leq R; |y_P(T) - y_E(T)| \leq R$
Начальное положение машины Дубинса: $P(0) = (0, 0, \pi/2)$.
Задача перехвата цели за минимальное время: $J[u] \overset{def}{=} \int\limits_0^T dt \to \min\limits_u$.
Для перехода из $S = (x_P, y_P, \varphi, x_E, y_E)$ в новые координаты (L', ω, Θ) используется состояние, предсказанное нейронной сетью $S' = (x'_P, y'_P, \varphi', x'_E, y'_E)$:

$$L' = \sqrt{(x'_P - x'_E)^2 + (y'_P - y'_E)^2} \quad \omega = \frac{\psi' - \psi}{\Delta t} \quad \Theta = \varphi' - \psi',$$

где $\psi = \arctan\left(\frac{y_E - y_P}{x_E - x_P}\right)$.

Перехват прямолинейно движущейся цели



- Адаптирован и применен алгоритм Deep Deterministic Policy Gradient (DDPG) для пространства непрерывных действий и с помощью него получено решение задачи перехвата цели машиной Дубинса.
- Осуществлен синтез траекторий перехвата цели, движущейся по прямолинейной траектории.
- Получено нейросетевое решение способное перехватывать цель.

Участие в научных мероприятиях:

1. Доклад «Нейросетевой подход к решению задачи перехвата машиной Дубинса цели на заданной траектории.» на ежегодной общеуниверситетской научной конференции «Ломоносовские чтения» в секции «Физика», 12–23 апреля 2022 года.
2. Доклад «Нейросетевой подход к решению задачи перехвата машиной Дубинса цели на прямолинейной и круговой траекториях» на международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2022» 11 апреля–22 апреля 2022 года.

Планы на 2022–2023

В течении ближайшего года планируется осуществить следующие цели:

- Найти решение задачи двух автомобилей численными методами.
- Найти численное описание барьера в задаче игры двух автомобилей.

Также планируется улучшение алгоритмов применения метода Deep Deterministic Policy Gradient для решения задач дифференциальных игр.

Отчёт, Результаты

Цель: Исследование кластерной структуры и распространение информации при эволюционном развитии графа.
Выполнил: Рыжов М.С., аспирант 4ого года ИПУ РАН, м.н.с.
Научный руководитель: Маркович Н.М., д.ф.-м.н., г.н.с. лаб. № 38
Важнейшие результаты:

- Предложена модификация алгоритма равномерного распространения сообщений в ненаправленном графе.
- Преложен алгоритм распространения сообщения при эволюции графа.
- Определены лидирующие сообщества узлов распространителей информации в графах по значениям ХИ.

Распространение сообщений

Определение [Mosk-Aoyama, 2006]

Для $\delta \in (0, 1)$ *и задачи полного обмена сообщениями в ненаправленном графе* $G = (V, E), |V| = n$*, алгоритм* δ*-распространения сообщения* P *требует количество шагов алгоритма* $K_P(\delta)$*, определяемое как*
$K_P(\delta) = inf\{k \geq 0 : \sum_{i=1}^{n} P(\{S_i(k) \neq V\}) \leq \delta\}$*, где* $S_i(k), i \in V$ *обозначает множество узлов, получивших сообщение* m_i *от узла* i *на шаге алгоритма* k*.*

SPREAD: Когда узел i, выбранный случайно среди всех узлов, инициирует общение на шаге k:

- Узел i случайно выбирает узел j. Этот выбор осуществляется независимо от всех прочих, вероятность, что i узел выбрал j, задаётся $P_{i,j}$.
- Узел j отправляет все свои сообщения узлу j, так что $M_i(k+1) = M_i(k) \cup M_j(k)$, где $M_i(k)$ - это множество сообщений, которые получил узел i на шаге k.

В работе [3] для алгоритма SPREAD получено $K_P(\delta) = O(n\frac{log(n)+log(\delta^{-1})}{\Phi(G)})$, где проводимось графа $0 < \Phi(G) \leq 1$ для связанного графа.

Модификация алгоритма SPREAD

Рассмотрим модификацию алгоритма SPREAD, в которой узел, который инициирует передачу сообщений дальше, **выбирается не среди всех узлов графа, а только среди тех, что уже обладают сообщением.** Это позволит избежать ситуации, когда выбранный узел не обладает информацией для передачи сообщений.

Определим необходимое количество тиков часов $K(n, \delta) = inf\{k \geq 0 : P(S(k) < n) \leq \delta\}$. $S(k)$ - группа узлов, которая имеет сообщение в момент тика часов k, $S(0) = 1$.

Theorem

Для любого $\delta \in (0, 1), n > 1$, модифицированного SPREAD алгоритма и ненаправленного связанного графа $G = (V, E)$, $|V| = N$,

$$K(n, \delta) = \begin{cases} O\left(\frac{n-\delta}{\delta\Phi(G)}\right), & n < N/2 \\ O\left(\frac{(n-N/2)(n-1)}{\delta\Phi(G)(N+1-n)} + \frac{N/2-\delta}{\delta\Phi(G)}\right), & N/2 \leq n \leq N \end{cases} \tag{5}$$

где $\Phi(G)$ - проводимость или изопериметр ненаправленного графа G.

Модель Preferential attachment и распространение сообщений

Preferential attachment: На каждом k шаге эволюции выбирается одна из схем с вероятностями (α, β, γ): $\alpha - scheme$, создать узел w_{new} и связь $(w_{new} \to w)$, $P(choose\ w) = \frac{I_{k-1}(w)+\Delta_{in}}{k-1+\Delta_{in}N(k-1)}$, $\beta - scheme$, создать связь $(w_1 \to w_2)$, $P(choose\ w_1, w_2) = \frac{O_{k-1}(w_1)+\Delta_{out}}{k-1+\Delta_{out}N(k-1)} \cdot \frac{I_{k-1}(w_2)+\Delta_{in}}{k-1+\Delta_{in}N(k-1)}$, $\gamma - scheme$, создать узел w_{new} и связь $(w \to w_{new})$, $P(choose\ w) = \frac{O_{k-1}(w)+\Delta_{out}}{k-1+\Delta_{out}}$. **Использовав создание новых связей для распространения сообщений, строиться эволюционный алгоритм распространения.**

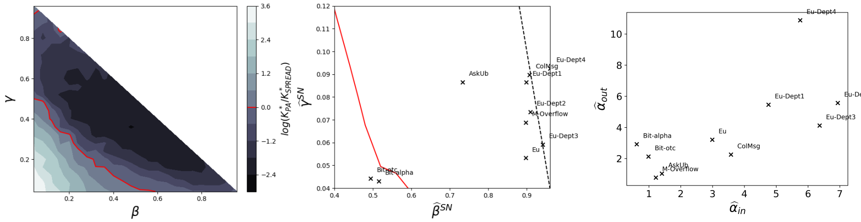


Рис. 4 : (Слева) отношение числа шагов необходимых для распространения сообщения на 100 узлов для SPREAD и Preferential attachment. (По центру и справа) Классификация реальных сетей по эффективности алгоритмов

Выступления:

- XVII Всероссийская школа-конференция молодых ученых "УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ"
- The 24nd International Conference on Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications (DCCN-2021, Moscow)
- 64-ая Всероссийская научная конференция МФТИ (Москва, 2021)
- Математические основы информатики и информационно-коммуникационных систем"(Тверь, 2021)

Публикации:

- **Рыжов М.С. Модификация алгоритма SPREAD для распространения сообщения в случайном графе / Труды 17-й Всероссийской школы-конференции молодых ученых «Управление большими системами» (УБС'2021, Москва). Москва-Звенигород: ИПУ РАН, 2021. С. 267-276.**
- **Markovich N.M., Ryzhov M.S. Information Spreading in Non-Homogeneous Evolving Networks / Communications in Computer and Information Science (CCIS), volume 1552. Cham: Springer, 2022. С. 220-228.**
- **Рыжов М.С. Исследование интервальной оценки для экстремального индекса случайной последовательности / Труды 64-й Всероссийской научной конференции МФТИ "Радиотехника и компьютерные технологии"(Москва, 2021). Москва – Долгопрудный – Жуковский: МФТИ, 2021. ISBN 978-5-7417-0784-5**
- **Маркович Н.М., Рыжов М.С. Статистический анализ случайных графов для задачи распространения информации / Труды Всероссийской научной конференции "Математические основы информатики и информационно-коммуникационных систем"(Тверь, 2021). Тверь: ТвГУ, 2021. С. 204-212.**

Самохина Марина Александровна

1987 г.р., Выпускник кафедры Вычислительной математики мехмата МГУ им. М.В. Ломоносова (специалитет, аспирантура).

В настоящее время научный сотрудник 38 лаборатории ИПУ РАН.

Опыт преподавания с 2010 года: 15 различных курсов (математика, программирование) в МГУ им. М.В. Ломоносова и филиалах, НИУ ВШЭ, РУДН, РАНХиГС.

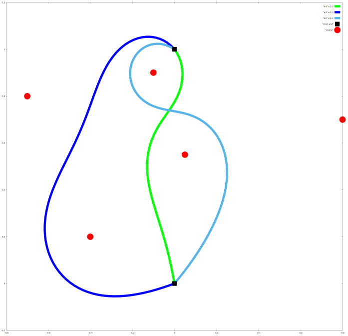
22 статьи (9 Scopus/WoS), 50 докладов на конференциях, 1 НИР, 5 свидетельств о регистрации прав на ПО, под руководством защищено 2 магистрские дипломные работы, участвовала в проведении вступительных и выпускных экзаменов, олимпиад.

Научные интересы: математическое моделирование, численные методы, оптимальное управление, оптимизация, программирование.

Задача построения оптимальной траектории

В плоскости движения уклоняющего объекта (УО) расположены неподвижные обнаружители $S_i(a_i, b_i)$. Расположение обнаружителей и их влияние УО известно. Задача: при движении УО из точки $(0,0)$ в точку $(0,1)$ минимизировать риск обнаружения

$$\mathrm{I} = \int_0^T \left(\sum_{i=1}^{N} q_i \frac{\mathrm{v}^2}{(x-a_i)^2 + (y-b_i)^2} \right) \mathrm{d}t \to \min$$



Используемые методы и подходы.

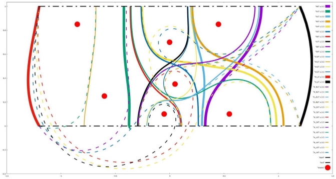
Задача оптимального управления исследовалась на основе принципа максимума.

$$\begin{cases} \dot{x} = \hat{\mathrm{v}} \dfrac{p_x}{||p||}, \quad \dot{p}_x = -\displaystyle\sum_{i=1}^{N} q_i \frac{\hat{\mathrm{v}}^2 \cdot (x-a_i)}{((x-a_i)^2 + (y-b_i)^2)^2}, \quad x(0)=0, \; x(T)=0 \\ \dot{y} = \hat{\mathrm{v}} \dfrac{p_y}{||p||}, \quad \dot{p}_y = -\displaystyle\sum_{i=1}^{N} q_i \frac{\hat{\mathrm{v}}^2 \cdot (y-b_i)}{((x-a_i)^2 + (y-b_i)^2)^2}, \quad y(0)=0, \; y(T)=1 \\ \dot{z} = \mathrm{v}, \; z(0)=0, \; z(T) \leqslant \ell \\ \text{где } \hat{\mathrm{v}} = \min \left(\dfrac{||p|| + p_z}{\sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{(x-a_i)^2 + (y-b_i)^2}}, \mathrm{v}_{max} \right). \end{cases}$$

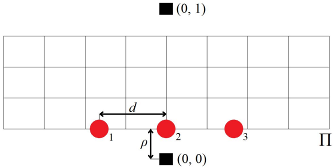
Краевые задачи решались численно методом стрельбы с использованием модифицированного метода Ньютона. Серия задач Коши в методе Ньютона решалась численно явным методом Рунге-Кутты 8-го порядка с автоматическим выбором шага.

Результаты

Задача рассматривалась в различных постановках: переход из точки в точку, из отрезка в отрезок, с ограничением и без ограничения на длину пути.



Задача расстановки сенсоров решелась с использованием метода проекции градиента. Разработаны алгоритмы решения данных задач, реализован на С программный комплекс.



Задача расстановки $N = 3$ обнаружителей решалась с ограничением на максимальную скорость $v_{max} = 2$ с фиксированным временем $T = 1$ Были построены карты оптимального расположения обнаружителей. При этом к каждой локально-оптимальной конфигурации метод сходился многократно с различных начальных приближений, решения сохранялись при измельчении стартовой сетки.

В результате работы градиентного метода оказалось, что для всевозможных прямоугольников, расположенных симметрично посередине между точками старта и финиша, лучшим является размещение обнаружителей на нижней или верхней сторонах прямоугольника П.

При расстоянии от П до точки старта от 0 до 0.13 оптимальным будет расположение всех обнаружителей в ближайшей к старту одной точке прямоугольника, обозначенной цифрой 2 на рисунке или симметричной ей ближайшей к финишу точке П. А при увеличении расстояния ρ от старта до П от 0.13 до 0.5, при котором П вырождается в отрезок, оптимальной оказывается конфигурация, приведённая на рисунке, при которой один обнаружитель находится в ближайшей к старту точке 2, а обнаружители 1 и 3 расположены симметрично относительно 2 на нижней стороне прямоугольника.

При росте ρ от 0.13 до 0.5 расстояние между обнаружителями, не лежащими на отрезке, соединяющем точки старта и финиша до обнаружителя, лежащего на этом отрезке, плавно меняется от 0.38 до 0.47, а значение максимизируемого функционала соответственно в 4 раза уменьшается.

Дискретная задача

Пусть траектория представляет собой ломаную, и модуль скорости на каждом звене ломаной не меняется.

$L_j(x_j, y_j)$ – j-ая вершина ломаной, $j = 1, 2, \ldots, M+1$;

$L_j L_{j+1}$ – j-ое звено ломаной, $j = 1, 2, \ldots, M$;

$\Delta x_j = x_{j+1} - x_j$, $\Delta y_j = y_{j+1} - y_j$ – координаты вектора $\overrightarrow{L_j L_{j+1}}$, $j = 1, 2, \ldots, M$;

$\ell_j = \left|L_j L_{j+1}\right|$; $T_j = \dfrac{\ell_j}{\mathrm{v}_j}$; $r_{ij} = \left|S_i L_j\right|$;

w_{ij} : $\left[\overrightarrow{S_i L_j} \times \overrightarrow{L_j L_{j+1}}\right] = (0, 0, w_{ij})$;

$s_{ij} = \left\langle \overrightarrow{S_i L_j}, \overrightarrow{S_i L_{j+1}} \right\rangle$; $z_{ij} = \left\langle \overrightarrow{S_i L_j}, \overrightarrow{L_j L_{j+1}} \right\rangle$;

Минимизируемый функционал и его частные производные в дискретной задаче вычисляются явно:

$$\mathrm{I}_j = \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{N} v_j \dfrac{\ell_j}{w_{ij}} \angle L_j S_i L_{j+1} \quad \text{при } w_{ij} \neq 0, \text{ где } \angle L_j S_i L_{j+1} = \arccos\left(\dfrac{s_{ij}}{r_{ij} r_{i,j+1}}\right), \\ \sum\limits_{i=1}^{N} v_j \dfrac{\ell_j}{s_{ij}} \quad \text{при } \; w_{ij} = 0. \end{cases}$$

$$\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial x_j} = \frac{\partial \mathrm{I}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \mathrm{I}_{j-1}}{\partial x_j} = \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{N} v_j \left(-\dfrac{\Delta y_j z_{ij}}{w_{ij}^2 \ell_j} \cdot \arccos\left(\dfrac{s_{ij}}{r_{ij} r_{i,j+1}}\right) + \dfrac{\ell_j}{w_{ij}} \cdot \dfrac{y_j - b_i}{r_{ij}^2} \right) + \\ + \sum\limits_{i=1}^{N} v_{j-1} \left(\dfrac{\Delta y_{j-1} z_{i,j-1}}{w_{i,j-1}^2 \ell_{j-1}} \cdot \arccos\left(\dfrac{s_{i,j-1}}{r_{i,j-1} r_{ij}}\right) - \dfrac{\ell_{j-1}}{w_{i,j-1}} \cdot \dfrac{y_j - b_i}{r_{ij}^2} \right), \quad w_{ij} \neq 0, \\ \sum\limits_{i=1}^{N} v_j \left(-\dfrac{r_{i,j+1}^2 \Delta y_j - w_{ij} \Delta x_j}{s_{ij}^2 \ell_j} \right) + \sum\limits_{i=1}^{N} v_{j-1} \left(\dfrac{r_{i,j-1}^2 \Delta x_{j-1} - w_{i,j-1} \Delta y_{j-1}}{s_{i,j-1}^2 \ell_{j-1}} \right), \quad w_{ij} = 0. \end{cases}$$

Таким образом, исходная задача сводится к конечномерной задаче оптимизации, которая решалась с применением прямых и непрямых методов.

Выступления на конференциях, публикации 2021-2022

По теме исследования сделано 9 докладов на конференциях, опубликованы тезисы:

- Ломоносовские чтения. Секции механики, математики. МГУ, Москва, 2021;
- IX Поляховские чтения, СПбГУ, Санкт-Петербург, 2021;
- МКИНС, „Электроприбор'', Санкт-Петербург, 2021;
- Королёвские чтения, МГТУ, Москва, 2022.

Опубликованные работы:

- Samokhina Marina, Samokhin Alexander. *About the 10th edition of the global trajectory optimization competition - Settlers of the Galaxy* // AIP Conference Proceedings, 2021, vol. 2318, № 1, art.n. 190007, 6 p. DOI 10.1063/5.0035910 (**WoS**, **Scopus**)
- A. Galyaev, A. Samokhin, M. Samokhina. *Application of the Gradient Projection Method to the Problem of Sensors Arrangement for Counteraction to the Evasive Object* // 28th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), 2021, pp. 1-3. Doi: 10.23919/ICINS43216.2021.9470857. (**Scopus**)
- Galyaev A.A., Samokhin A.S., Samokhina M.A. *On problem of optimal observers' placement on plane* // Journal of Physics: Conference Series, vol. 1864(1), art. num. 012075, 6 pp. Doi: 10.1088/1742-6596/1864/1/012075. (**Scopus**)
- Samokhin A.S., Samokhina M.A. *Optimization of the interplanetary flight to Mars with three-pulse approach to Phobos based on Lagrange principle* // Journal of Physics: Conference Series, vol. 1864(1), art. num. 012130, 6 pp. Doi: 10.1088/1742-6596/1864/1/012130. (**Scopus**)

Участие в соревнованиях GTOC XI (2021).

Планируется представить к защите кандидатскую диссертацию в 2022 году.