



Синтез алгоритмов оптимального управления режимом распределительной электрической сети

Студент магистратуры, математик лаб. 70
Шушко Никита Игоревич

Широкое использование индивидуальных системных накопителей электроэнергии (СНЭ) приводит к изменению задачи планирования установившихся режимов работы распределительной сети. Добавление СНЭ в сеть приводит к появлению связи между периодами планирования, что усложняет задачу оптимизации режимов работы сети и требует разработки новых подходов.



В литературе для решения задачи планирования режимов работы электросети с накопителями часто используется алгоритм приближенного динамического программирования:

- Nascimento, J., and Powell, W.B. (2013). An optimal approximate dynamic programming algorithm for concave, scalar storage problems with vector-valued controls. *IEEE Tran. Automat. Contr.*, 58(12), 2995-3010.
- Shuai, H. et al. (2018). Stochastic optimization of economic dispatch for microgrid based on approximate dynamic programming. *IEEE Tran. Smart Grid*, 10(3), 2440-2452

Пусть сеть состоит из множества V узлов и в каждом узле находится N_v пользователей. Тогда для i -ого пользователя запишем ограничения:

Ограничение на приборы потребления:

$$d_{vij}(t) \leq a_{vij}(t) \leq D_{vij}(t) \quad (1)$$

Ограничения на СНЭ:

$$\tilde{\sigma}_{vij}(t) = (1 - v_{vij}\Delta)\sigma_{vij}(t) + \eta_{vij}c_{vij}(t) - \frac{r_{vij}(t)}{\psi_{vij}} \quad (2)$$

$$\tilde{\sigma}_{vij}(t) \equiv \sigma_{vij}(t + 1) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} c_{vij}(t) &\geq 0, \\ r_{vij}(t) &\geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{c_{vij}(t)}{C_{vij}} + \frac{r_{vij}(t)}{R_{vij}} \leq \Delta. \quad (4)$$

- $d_{vij}(t), D_{vij}(t)$ - ограничения снизу/сверху на потребление прибором
- $a_{vij}(t)$ – количество использованной энергии прибором
- $\tilde{\sigma}_{vij}(t), \sigma_{vij}(t)$ – энергия в СНЭ в конце/начале периода
- $c_{vij}(t), r_{vij}(t)$ – энергия зарядки/разрядки
- $\eta_{vij}(t), \psi_{vij}(t)$ – коэффициент эффективности зарядки/разрядки
- $v_{vij}(t)$ – коэффициент утечки заряда
- Δ – длительность периода

Ограничение на генераторы:

$$0 \leq g_{vij}(t) \leq G_{vij}(t) \quad (6)$$

Энергетический баланс потребителя:

$$n_{vi}(t) = \sum_{j=1}^{S_{vi}} g_{vij}(t) - \sum_{j=1}^{A_{vi}} a_{vij}(t) + \sum_{j=1}^{B_{vi}} [r_{vij}(t) - c_{vij}(t)], \quad (7)$$

Ограничение на потребление энергии
пользователем из сети:

$$-\underline{n}_{vi}(t) \leq n_{vi}(t) \leq \bar{n}_{vi}(t) \quad (8)$$

- $g_{vij}(t)$ – количество сгенерированной энергии
- $G_{vij}(t)$ – ограничение на генерацию
- $n_{vij}(t)$ – инъекция энергии i -ого пользователя в сеть
- S_{vi}, A_{vi}, B_{vi} – множества генераторов, приборов и СНЭ в узле v у пользователя i
- $\bar{n}_{vi}(t), \underline{n}_{vi}(t)$ – ограничение инъекции сверху/снизу

Ограничения на перетоки в сети:

$$f_{vv'}(t) = U^2 \Delta B_{vv'} (\theta_v(t) - \theta_{v'}(t)) \quad (9)$$

$$-F_{vv'}(t) \leq f_{vv'}(t) \leq F_{vv'}(t) \quad (10)$$

$$L_{vv'}(t) \geq \alpha_{vv'}(t) + \beta_{vv'}(t) f_{vv'} \quad (11)$$

Баланс энергии в узле сети:

$$\sum_{i=1}^{M_v} s_{vi}(t) + \sum_{i=1}^{N_v} n_{vi}(t) = \sum_{vv' \in E} \left[f_{vv'}(t) + \frac{L_{vv'}(t)}{2} \right] \quad (12)$$

- U – напряжение в узле
- $\theta_v(t)$ – фазовый угол напряжения в узле
- $B_{vv'}, R_{vv'}$ – проводимость/сопротивление в узле
- $s_{vi}(t)$ – энергия от внешней подстанции
- $f_{vv'}(t)$ – энергия передаваемая по линии
- $F_{vv'}(t)$ – ограничение на передачу по линии
- $\alpha_{vv'}(t), \beta_{vv'}(t)$ – коэффициенты линеаризации функции потерь
- M_v – множество подстанций в узле v
- E – множество линий электропередачи в сети

Целевая функция

На всем горизонте планирования:

$$K(\cdot) = \sum_{t=1}^T K_t(\cdot) + \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{i=1}^{N_v} \sum_{j=1}^{B_{vi}} W_{vij,T}(\tilde{\sigma}_{vij}(T)) \quad (13)$$

Для периода t :

$$K_t(\bar{u}(t), \bar{\sigma}(t)) = \sum_{v \in \mathcal{V}} \left\{ \sum_{i=1}^{M_v} p_{vi}(t) s_{vi}(t) + \sum_{i=1}^{N_v} K_{vi,t}^{(c)}(\cdot) \right\} \quad (14)$$

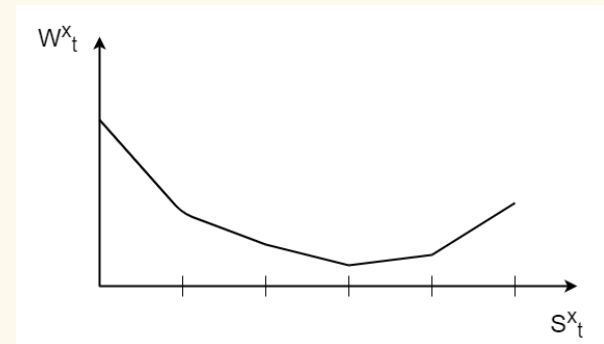
Для потребителя i в узле v :

$$K_{vi,t}^{(c)}(\cdot) := \sum_{j=1}^{A_{vi}} \pi_{vij}(t) \left(D_{vij}(t) - a_{vij}(t) \right) + \sum_{j=1}^{B_{vi}} \left(p_{vij}^r r_{vij}(t) + p_{vij}^c c_{vij}(t) \right) + \sum_{j=1}^{S_{vi}} \kappa_{vij}(t) g_{vi}(t).$$

(15)

- $\pi_{vij}(t)$ – штраф за недопотребление
- p_{vij}^r, p_{vij}^c – стоимость разрядки/зарядки
- $p_{vi}(t)$ – стоимость потребления из внешней сети
- $\kappa_{vij}(t)$ – издержки на генерацию
- $W_{vij,T}(\tilde{\sigma}_{vij}(T))$ – функция Беллмана

Алгоритм рассматривает многопериодную оптимизацию как процесс принятия марковских решений. Поведение системы на T периодах времени можно представить как T последовательных переходов от начального состояния S_1 до S_T .



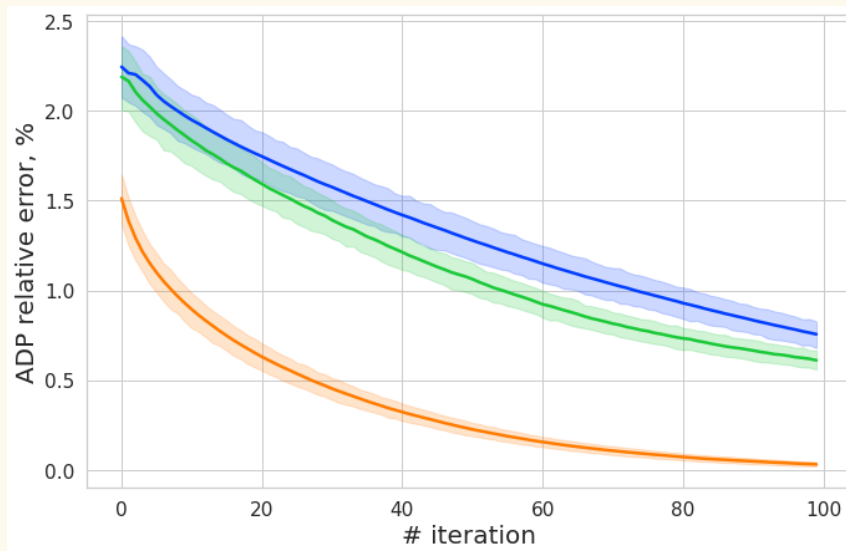
$$W(S_t) = \min_{u_t \in \mathcal{U}'_t} E\left(\sum_{t'=t}^T \gamma^{t'} K(S_{t'}, u_{t'})\right) = \min_{u_t \in \mathcal{U}'_t} (K(S_t, u_t) + \gamma E[W(S_{t+1})|S_t]) \quad (1)$$

$$w_{vij}(t) \geq \alpha_{vij}^{(m)}(t) + \beta_{vij}^{(m)}(t) \tilde{\sigma}_{vij}(t), \quad (2)$$

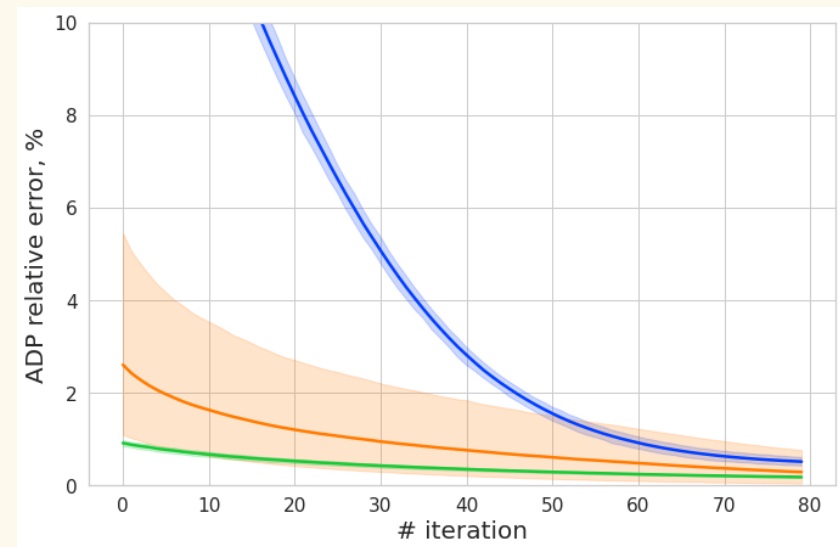
При использовании выпуклой кусочно-линейной функции для аппроксимации функции Беллмана изменения траектории системы в результате оптимизации достаточно чтобы алгоритм сходил к оптимуму¹.

¹ Nascimento J., Powell W. B. An optimal approximate dynamic programming algorithm for concave, scalar storage problems with vector-valued controls // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2013. — т. 58, № 12. — с. 2995—3010.

Случай необученной функции Беллмана



Случай предобученной функции Беллмана

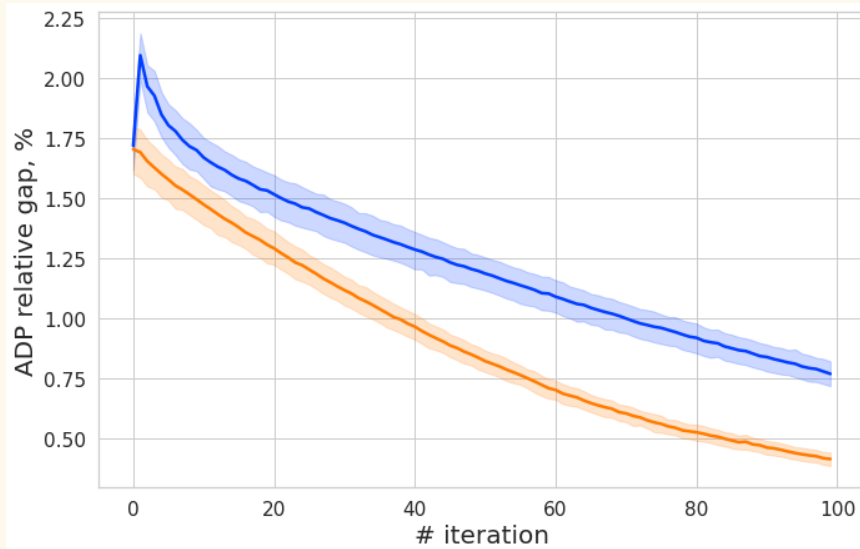


Виды декомпозиций:

- Синий – временно-узловая
- Зеленый – по времени
- Оранжевый – по узлам

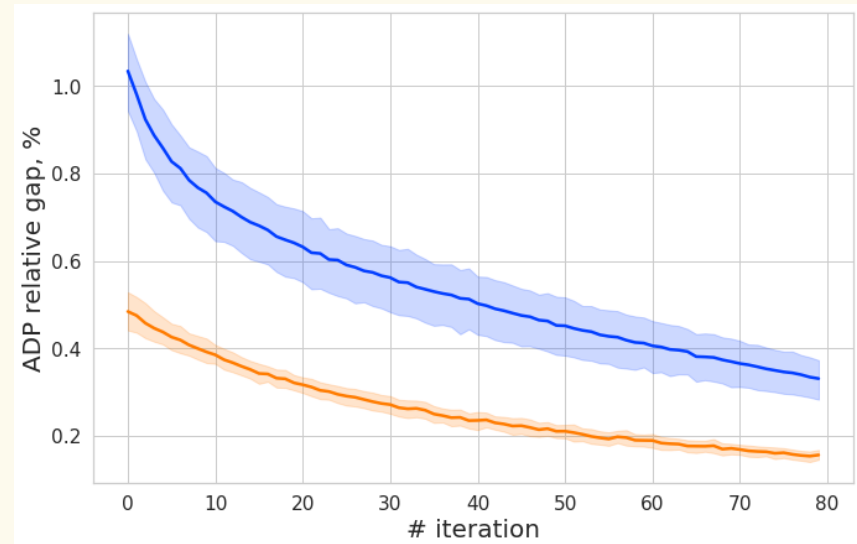
Вывод: относительная
ошибка решения сходится к
нулю

Случай необученной функции Беллмана



Вывод: относительная ошибка решения уменьшается, но не сходится к нулю, так как сравнение происходит с нижней границей решения

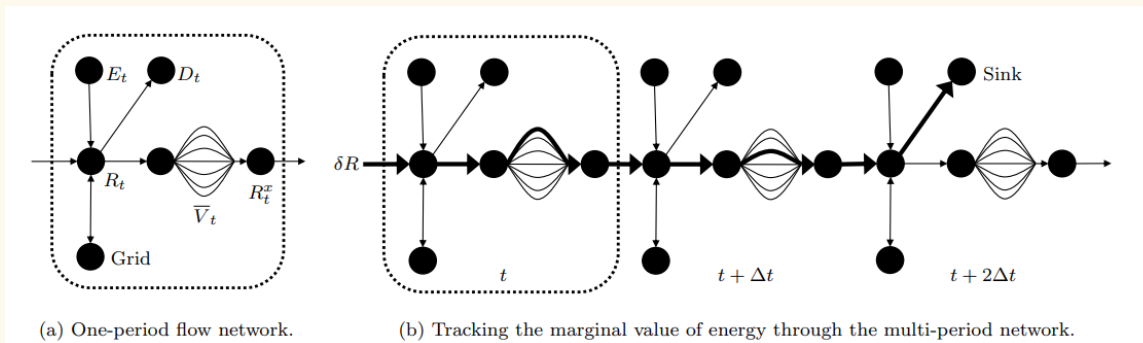
Случай предобученной функции Беллмана



Виды декомпозиций:

- Синий – временно-узловая
- Оранжевый – по времени

- Повышение скорости сходимости алгоритма за счет обобщения на несколько накопителей подхода, предложенного Nascimento-Powell в 2013¹, который позволяет распространять возмущения в периоде по всем периодам за одну итерацию.



- Реализация алгоритмов в виде программного пакета на Python + GLPK, пригодного для внедрения в реальные распределительные электроэнергетические системы .

¹Nascimento, J., and Powell, W.B. (2013). An optimal approximate dynamic programming algorithm for concave, scalar storage problems with vector-valued controls. IEEE Tran. Automat. Contr., 58(12), 2995-3010



Протоколы многоагентных систем

Аспирант, математик лаб. 70
Хомутов Дмитрий Константинович

Задачи I этапа:

- Графовая интерпретация метода ортогональной проекции, предложенного как метод регуляризации протокола консенсуса с несвязным орграфом влияний.
- Анализ метода ортогональной проекции с помощью псевдообратной матрицы вспомогательной матрицы U .
- Исследование процесса согласования характеристик в базовой дифференциальной модели с временными задержками.
- Нахождение асимптотического поведения МАС с запаздыванием.

Изучаем многоагентные системы с информационными связями. Связи между интеллектуальными агентами определяются оргграфом зависимостей $G = (V, E)$, где V – множество вершин, соответствующих агентам, $E \subset V \times V$ множество дуг: если агент j влияет на агента i , то в оргграфе зависимостей существует дуга из j в i с весом a_{ij} . $A = (a_{ij})$ – матрица смежности G .

Определение: Подграф G_B назовем базовой бикомпонентой оргграфа G , если G_B сильно связный и нет входящей в G_B дуги из вершины, не принадлежащей G_B .

Базовая дифференциальная модель консенсуса первого порядка:

$$\dot{x}(t) = -Lx(t),$$

где $x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))^T$ – характеристики агентов,

$L = (l_{ij})$ – лапласовская матрица оргграфа зависимостей:

$$l_{ij} = \begin{cases} -a_{ij}, & j \neq i, \\ \sum_{k \neq i} a_{ik}, & j = i \end{cases}$$

Базовая модель консенсуса

$$\dot{x}(t) = -Lx(t),$$

сходится при любых начальных значениях $x(0)$ тогда и только тогда, когда исходный орграф G содержит остовное дерево, или 0 является простым собственным значением матрицы L .

Определение: Собственным проектором матрицы A для нулевого собственного значения называют такой проектор A^\dagger , что $R(A^\dagger) = N(A^\nu)$ и $N(A^\dagger) = R(A^\nu)$, где $\nu = \text{index}(A)$, $R(A)$ и $N(A)$ - образ и ядро матрицы A .

Утверждение: $x(\infty) = L^\dagger x(0)$, и протокол сходится тогда и только тогда, когда $\text{rank}(L) = n - 1$.

Метод ортогональной проекции: проецирование пространства начальных мнений на подпространство сходимости протокола.

$$x'(0) = Sx(0); L^\dagger x(0) = L^\dagger Sx'(0)$$

Пусть матрица U получается из L путем удаления любого столбца из каждой базовой бикомпоненты и добавлением столбца из единиц

Утверждение: 1) Если $\text{rank}(L) = n - 1$, то $L^\dagger S = L^\dagger = E_{10}U^{-1}$;

2) Если $\text{rank}(L) < n - 1$, то $L^\dagger S = E_{10}U^+$.

E_{10} - матрица с единичным первым столбцом и остальными нулевыми.

Метод ортогональной проекции приводит к консенсусу при любом векторе начальных значений и определяется произведением:

$$x(\infty) = \mathbf{1}(\pi_1, \dots, \pi_n)(x_1(0), \dots, x_n(0))^T; \pi_{i_1} = \frac{\sum_{i_2 < \dots < i_r} U \begin{pmatrix} i_2, \dots, i_r \\ 2, \dots, r \end{pmatrix} U \begin{pmatrix} i_1, i_2, \dots, i_r \\ 1, \dots, r \end{pmatrix}}{\sum_{k_1 < \dots < k_r} \left(U \begin{pmatrix} k_1, \dots, k_r \\ 1, \dots, r \end{pmatrix} \right)^2}$$

Какова графовая интерпретация миноров матрицы U ?

Утверждение: 1) Значение $\left| U \begin{pmatrix} i_2, \dots, i_r \\ 2, \dots, r \end{pmatrix} \right|$ равно сумме весов максимальных исходящих лесов, корнями которых являются вершины $\{1, \dots, n\} \setminus \{i_2, \dots, i_r\}$.
2) Пусть в множестве $\{i_1, \dots, i_r\}$ вершины $\{i_{m+1}, \dots, i_{m+p}\}$ являются всеми вершинами одной базовой бикомпоненты. Тогда:

$$\left| U \begin{pmatrix} i_1, \dots, i_r \\ 1, \dots, r \end{pmatrix} \right| = \sum_{k=1}^p \left| U \begin{pmatrix} (i_1, \dots, i_r) \setminus i_{m+k} \\ 2, \dots, r \end{pmatrix} \right|.$$

В рамках МНШ была рассмотрена модификация базовой модели:

$$\dot{x}_i = - \sum_{j=1}^n l_{ij} x_j(t - \tau_j), \forall i = \overline{1..n}, \quad (\text{П1})$$

где агент i передает информацию другому агенту с временной задержкой τ_i . При каких τ_1, \dots, τ_n данный протокол сходится и к какому значению?

Теорема: Пусть протокол П1 сходится. Тогда

$$x(\infty) = L^+ x(0).$$

То есть временные задержки влияют на саму сходимость и ее скорость, а не на значение консенсуса, к которому сойдется протокол

Для исследования сходимости модифицированного протокола П1 была проведена замена:

$$u_i(t) = x_i(\tau_i t).$$

Тогда протокол примет следующий вид:

$$\dot{u}_i = - \sum_{j=1}^n \tau_j l_{ij} u_j(t-1), \forall i = \overline{1..n}.$$

В матричном виде данный протокол принимает вид:

$$u(t) = -TLu(t-1), \quad (\text{П2})$$

где $T = \text{diag}(\tau_1, \dots, \tau_n)$.

(П1) сходится тогда и только тогда, когда сходится (П2)

Теорема: Собственный проектор матрицы TL может быть вычислен через собственный проектор матрицы L как:

$$(TL)^{\dagger} = L^{\dagger} D$$

Матрица D представлена следующим образом:

Для каждой базовой бикомпоненты s введем две матрицы

$$B_s = \begin{pmatrix} 1 & l^s_{12} & \dots & l^s_{1m_s} \\ 1 & l^s_{22} & \dots & l^s_{2m_s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & l^s_{m_s 2} & \dots & l^s_{m_s m_s} \end{pmatrix}; C_s = \begin{pmatrix} \tau_1^{-1} & l^s_{12} & \dots & l^s_{1m_s} \\ \tau_2^{-1} & l^s_{22} & \dots & l^s_{2m_s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{m_s}^{-1} & l^s_{m_s 2} & \dots & l^s_{m_s m_s} \end{pmatrix}$$

Построим две диагональные матрицы $F = \text{diag}(f_1, \dots, f_n)$ и $H = \text{diag}(h_1, \dots, h_n)$ следующим образом: $f_i = \det(B_s)$ и $h_i = \det(C_s)$, если вершина i принадлежит s -ой базовой бикомпоненте.

Для всех остальных диагональных элементов матриц F и H положим $f_i = h_i = 1$.

Тогда

$$(TL)^{\top} = M^{\top} = L^{\top} D = L^{\top} T^{-1} F H^{-1}$$

Данная формула имеет теоретический интерес и может быть полезной для дальнейших исследований.

В рамках проекта планируется исследование протоколов МАС с запаздыванием, в том числе в случае переменной топологии:

1) Протокол консенсуса 2-го порядка:

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}(t) \\ \dot{\zeta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_n \\ -L(t) & -\gamma L(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi(t - \tau_1) \\ \zeta(t - \tau_2) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Цель – найти интервал для τ_i , при котором выполняется:

$|\xi_i(t) - \xi_j(t)| \rightarrow 0$ и $|\zeta_i(t) - \zeta_j(t)| \rightarrow 0$ при всех i, j и $t \rightarrow \infty$.

2) Протокол 2-го порядка сходимости к заданной конфигурации:

$$\dot{y}(t) = (I_n \otimes A)y(t) + (L(t) \otimes K)y(t - \tau). \quad (2)$$

В рамках проекта также планируется исследовать следующие задачи:

- Локализация спектра нормированной лапласовской матрицы, соответствующей некоторому орграфу влияний.
- Исследование спектра Лапласовской матрицы TL

Список публикаций:

- Агаев Р.П., Хомутов Д.К. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ПРИ СОГЛАСОВАНИИ ХАРАКТЕРИСТИК В МНОГОАГЕНТНЫХ СИСТЕМАХ И ЕЕ ГРАФОВАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ / Труды 14-й Международной конференции "Управление развитием крупномасштабных систем" (MLSD-2021). М.: ИПУ РАН, 2021. С. 349-356.
- Агаев Р.П., Хомутов Д.К. Graph Interpretation of the Method of Orthogonal Projection for Regularization in Multiagent Systems / Proceedings of the 14th International Conference "Management of Large-Scale System Development" (MLSD). М.: IEEE, 2021. С. <https://ieeexplore.ieee.org/document/9600239>
- Агаев Р.П., Хомутов Д.К. Исследование асимптотического поведения многоагентной системы с несвязной структурой (доклад принят для конференции «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления»)
- Агаев Р.П., Хомутов Д.К. Systems with Arbitrary Structure and Time-Delays (принято к публикации в трудах конференции «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления»)

Планируется также:

- Выступить с докладом на XVI Международной конференции «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференции Пятницкого)
- Публикация в Автоматике и Телемеханике

**Спасибо
за внимание!**



Протоколы многоагентных систем

Аспирант, математик лаб. 70
Хомутов Дмитрий Константинович

Задачи I этапа:

- Графовая интерпретация метода ортогональной проекции, предложенного как метод регуляризации протокола консенсуса с несвязным орграфом влияний.
- Анализ метода ортогональной проекции с помощью псевдообратной матрицы вспомогательной матрицы U .
- Исследование процесса согласования характеристик в базовой дифференциальной модели с временными задержками.
- Нахождение асимптотического поведения МАС с запаздыванием.

Изучаем многоагентные системы с информационными связями. Связи между интеллектуальными агентами определяются оргграфом зависимостей $G = (V, E)$, где V – множество вершин, соответствующих агентам, $E \subset V \times V$ множество дуг: если агент j влияет на агента i , то в оргграфе зависимостей существует дуга из j в i с весом a_{ij} . $A = (a_{ij})$ – матрица смежности G .

Определение: Подграф G_B назовем базовой бикомпонентой оргграфа G , если G_B сильно связный и нет входящей в G_B дуги из вершины, не принадлежащей G_B .

Базовая дифференциальная модель консенсуса первого порядка:

$$\dot{x}(t) = -Lx(t),$$

где $x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))^T$ – характеристики агентов,

$L = (l_{ij})$ – лапласовская матрица оргграфа зависимостей:

$$l_{ij} = \begin{cases} -a_{ij}, & j \neq i, \\ \sum_{k \neq i} a_{ik}, & j = i \end{cases}$$

Базовая модель консенсуса

$$\dot{x}(t) = -Lx(t),$$

сходится при любых начальных значениях $x(0)$ тогда и только тогда, когда исходный орграф G содержит остовное дерево, или 0 является простым собственным значением матрицы L .

Определение: Собственным проектором матрицы A для нулевого собственного значения называют такой проектор A^\dagger , что $R(A^\dagger) = N(A^\nu)$ и $N(A^\dagger) = R(A^\nu)$, где $\nu = \text{index}(A)$, $R(A)$ и $N(A)$ - образ и ядро матрицы A .

Утверждение: $x(\infty) = L^\dagger x(0)$, и протокол сходится тогда и только тогда, когда $\text{rank}(L) = n - 1$.

Метод ортогональной проекции: проецирование пространства начальных мнений на подпространство сходимости протокола.

$$x'(0) = Sx(0); L^\dagger x(0) = L^\dagger Sx'(0)$$

Пусть матрица U получается из L путем удаления любого столбца из каждой базовой бикомпоненты и добавлением столбца из единиц

Утверждение: 1) Если $\text{rank}(L) = n - 1$, то $L^\dagger S = L^\dagger = E_{10}U^{-1}$;

2) Если $\text{rank}(L) < n - 1$, то $L^\dagger S = E_{10}U^+$.

E_{10} - матрица с единичным первым столбцом и остальными нулевыми.

Метод ортогональной проекции приводит к консенсусу при любом векторе начальных значений и определяется произведением:

$$x(\infty) = \mathbf{1}(\pi_1, \dots, \pi_n)(x_1(0), \dots, x_n(0))^T; \pi_{i_1} = \frac{\sum_{i_2 < \dots < i_r} U \begin{pmatrix} i_2, \dots, i_r \\ 2, \dots, r \end{pmatrix} U \begin{pmatrix} i_1, i_2, \dots, i_r \\ 1, \dots, r \end{pmatrix}}{\sum_{k_1 < \dots < k_r} \left(U \begin{pmatrix} k_1, \dots, k_r \\ 1, \dots, r \end{pmatrix} \right)^2}$$

Какова графовая интерпретация миноров матрицы U ?

Утверждение: 1) Значение $\left| U \begin{pmatrix} i_2, \dots, i_r \\ 2, \dots, r \end{pmatrix} \right|$ равно сумме весов максимальных исходящих лесов, корнями которых являются вершины $\{1, \dots, n\} \setminus \{i_2, \dots, i_r\}$.
2) Пусть в множестве $\{i_1, \dots, i_r\}$ вершины $\{i_{m+1}, \dots, i_{m+p}\}$ являются всеми вершинами одной базовой бикомпоненты. Тогда:

$$\left| U \begin{pmatrix} i_1, \dots, i_r \\ 1, \dots, r \end{pmatrix} \right| = \sum_{k=1}^p \left| U \begin{pmatrix} (i_1, \dots, i_r) \setminus i_{m+k} \\ 2, \dots, r \end{pmatrix} \right|.$$

В рамках МНШ была рассмотрена модификация базовой модели:

$$\dot{x}_i = - \sum_{j=1}^n l_{ij} x_j(t - \tau_j), \forall i = \overline{1..n}, \quad (\text{П1})$$

где агент i передает информацию другому агенту с временной задержкой τ_i . При каких τ_1, \dots, τ_n данный протокол сходится и к какому значению?

Теорема: Пусть протокол П1 сходится. Тогда

$$x(\infty) = L^+ x(0).$$

То есть временные задержки влияют на саму сходимость и ее скорость, а не на значение консенсуса, к которому сойдется протокол

Для исследования сходимости модифицированного протокола П1 была проведена замена:

$$u_i(t) = x_i(\tau_i t).$$

Тогда протокол примет следующий вид:

$$\dot{u}_i = - \sum_{j=1}^n \tau_j l_{ij} u_j(t-1), \forall i = \overline{1..n}.$$

В матричном виде данный протокол принимает вид:

$$u(t) = -TLu(t-1), \quad (\text{П2})$$

где $T = \text{diag}(\tau_1, \dots, \tau_n)$.

(П1) сходится тогда и только тогда, когда сходится (П2)

Теорема: Собственный проектор матрицы TL может быть вычислен через собственный проектор матрицы L как:

$$(TL)^{\dagger} = L^{\dagger} D$$

Матрица D представлена следующим образом:

Для каждой базовой бикомпоненты s введем две матрицы

$$B_s = \begin{pmatrix} 1 & l^s_{12} & \dots & l^s_{1m_s} \\ 1 & l^s_{22} & \dots & l^s_{2m_s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & l^s_{m_s 2} & \dots & l^s_{m_s m_s} \end{pmatrix}; C_s = \begin{pmatrix} \tau_1^{-1} & l^s_{12} & \dots & l^s_{1m_s} \\ \tau_2^{-1} & l^s_{22} & \dots & l^s_{2m_s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{m_s}^{-1} & l^s_{m_s 2} & \dots & l^s_{m_s m_s} \end{pmatrix}$$

Построим две диагональные матрицы $F = \text{diag}(f_1, \dots, f_n)$ и $H = \text{diag}(h_1, \dots, h_n)$ следующим образом: $f_i = \det(B_s)$ и $h_i = \det(C_s)$, если вершина i принадлежит s -ой базовой бикомпоненте.

Для всех остальных диагональных элементов матриц F и H положим $f_i = h_i = 1$.

Тогда

$$(TL)^{\top} = M^{\top} = L^{\top} D = L^{\top} T^{-1} F H^{-1}$$

Данная формула имеет теоретический интерес и может быть полезной для дальнейших исследований.

В рамках проекта планируется исследование протоколов МАС с запаздыванием, в том числе в случае переменной топологии:

1) Протокол консенсуса 2-го порядка:

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}(t) \\ \dot{\zeta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_n \\ -L(t) & -\gamma L(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi(t - \tau_1) \\ \zeta(t - \tau_2) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Цель – найти интервал для τ_i , при котором выполняется:

$|\xi_i(t) - \xi_j(t)| \rightarrow 0$ и $|\zeta_i(t) - \zeta_j(t)| \rightarrow 0$ при всех i, j и $t \rightarrow \infty$.

2) Протокол 2-го порядка сходимости к заданной конфигурации:

$$\dot{y}(t) = (I_n \otimes A)y(t) + (L(t) \otimes K)y(t - \tau). \quad (2)$$

В рамках проекта также планируется исследовать следующие задачи:

- Локализация спектра нормированной лапласовской матрицы, соответствующей некоторому орграфу влияний.
- Исследование спектра Лапласовской матрицы TL

Список публикаций:

- Агаев Р.П., Хомутов Д.К. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ПРИ СОГЛАСОВАНИИ ХАРАКТЕРИСТИК В МНОГОАГЕНТНЫХ СИСТЕМАХ И ЕЕ ГРАФОВАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ / Труды 14-й Международной конференции "Управление развитием крупномасштабных систем" (MLSD-2021). М.: ИПУ РАН, 2021. С. 349-356.
- Агаев Р.П., Хомутов Д.К. Graph Interpretation of the Method of Orthogonal Projection for Regularization in Multiagent Systems / Proceedings of the 14th International Conference "Management of Large-Scale System Development" (MLSD). М.: IEEE, 2021. С. <https://ieeexplore.ieee.org/document/9600239>
- Агаев Р.П., Хомутов Д.К. Исследование асимптотического поведения многоагентной системы с несвязной структурой (доклад принят для конференции «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления»)
- Агаев Р.П., Хомутов Д.К. Systems with Arbitrary Structure and Time-Delays (принято к публикации в трудах конференции «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления»)

Планируется также:

- Выступить с докладом на XVI Международной конференции «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференции Пятницкого)
- Публикация в Автоматике и Телемеханике

**Спасибо
за внимание!**