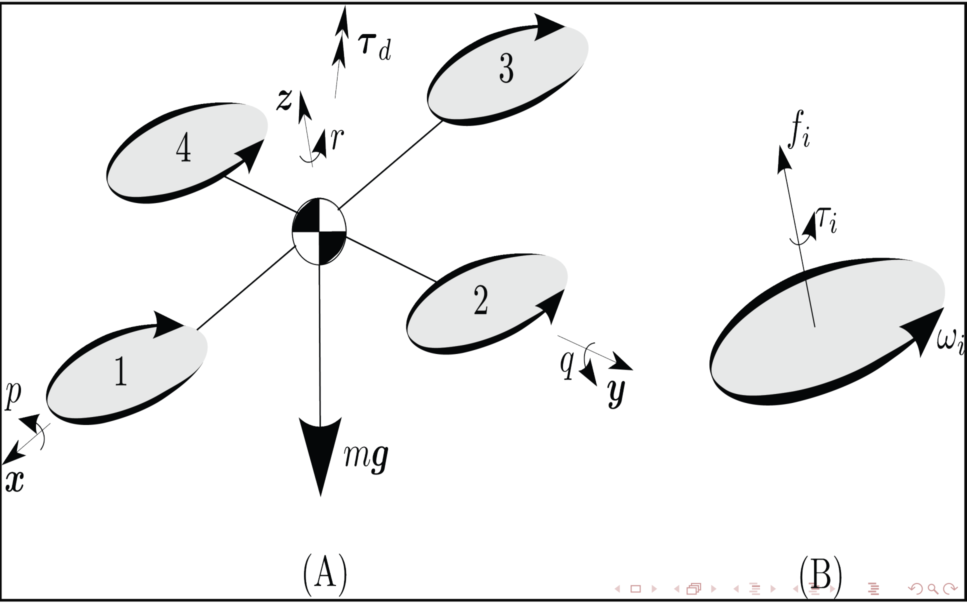
Экстренное управление квадкоптером при отказе 2-х симметричных винтов

Морозов Ю.В., к.ф.-м.н.

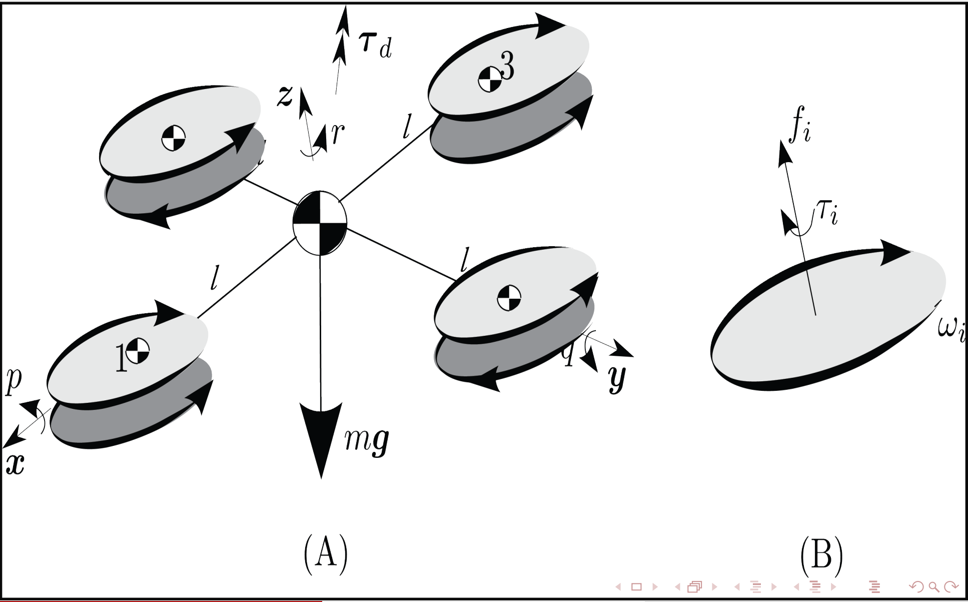
ИПУ РАН, Москва

2017

Падение квадкоптера



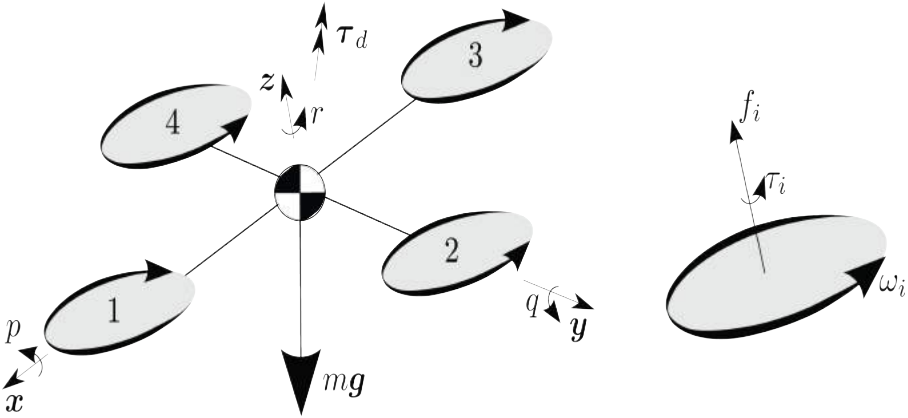
Падение октокоптера



Висение квадкоптера-биспинера

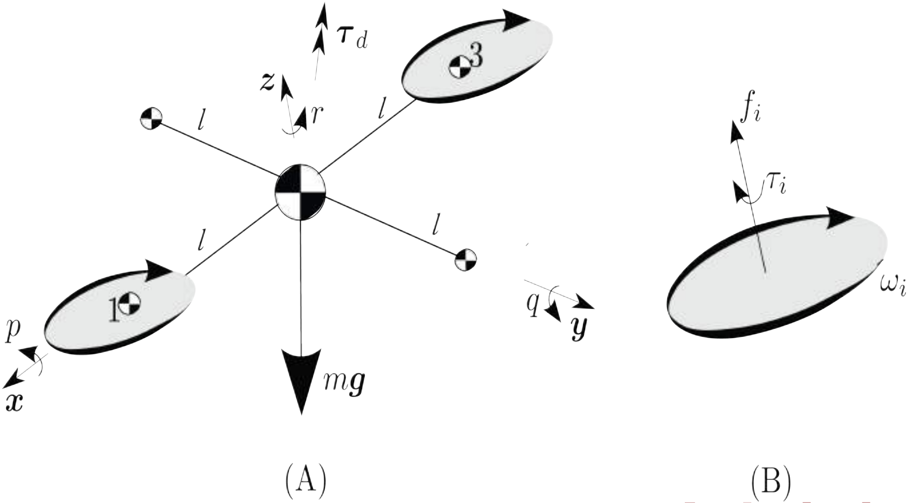
Содержание

Quadcopter



(A) (B)

Bispiner



(A) (B)

Неисправности квадрокоптера

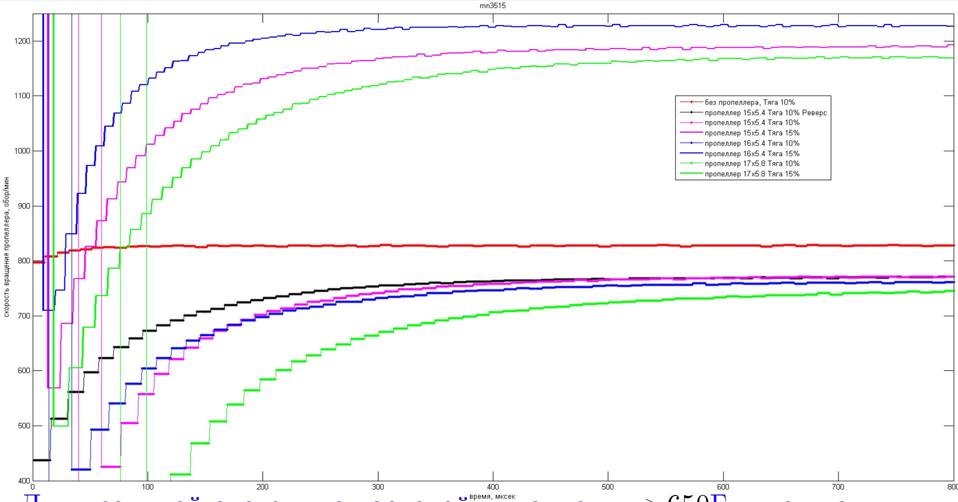
1. Падение тяги винта не ниже 30% от максимальной. Происходит обычно при неравномерном разряде батареи
2. Временный отказ винта или временной падение тяги ниже 30% процентов от максимальной. Интервал времени на котором происходят данные события достаточно короткий.
3. Полный отказ винта или падение тяги ниже 30% процентов от максимальной.
4. Полный отказ 2-х симметричных винтов.
5. Полный отказ 2-х смежных (соседних) винтов.
6. Полный отказ 3-х винтов.

Постановка задачи

Необходимо предложить алгоритм экстренной посадки и стабилизации аппарата на данной высоте в случае неисправностей типа №1 и №4 для модели квадрокоптера

- Максимальная тяга не превосходит удвоенной массы аппарата
- (?)Разгон пропеллера до желаемой скорости происходит некоторое время, в наипростейшем случае $\dot{\omega} = \frac{1}{T_\omega}(\omega_U - \omega)$, ω_U—желаемая угловая скорость, $T_\omega \approx 0.0 - 0.02$—приближенное время задержки.
- Аппарат в момент отказа находится в состоянии висения, т.е. выраженное вращение вокруг вертикальной оси отсутствует.
- Поступление управления происходит не быстрее, чем 1000Гц и не медленнее, чем 650Гц. Работа инерциальных датчиков, ограничена скоростью 1200Гц, а позиции и скорости 100Гц.
- Аппарат имеет слабую парусность.

Мотор mn3515 и пропеллеры 14-17x



Для реальной системы с частотой управления >650Гц, можно считать, что мотор отрабатывает желаемую скорость мгновенно (не более 800 мк сек.), т.е. $\omega_U = \omega$.

История вопроса

1. [Ranjbaran, 2010] данная работа легла в основу диссертации, посвященной решению неисправностей №1, №2 в квадкоптере. Вопрос о их выявлении в работе не рассматривался;
2. [Mueller-D'Andrea, 2014] ставится задача управления квадкоптером при возникновении неисправностей №3, №4, №6. Описывается метод решения, основанный на LQR синтезе, в случае благоприятных начальных данных. Предлагается желаемое движение, для которого формулируется задача стабилизации. Приводятся примеры реального использования предложенных алгоритмов на тестовой модели аппарата для неисправностей №3, №4 и результаты моделирования для случая №6. К сожалению, самого закона управления не приведено.
3. [Mueller-D'Andrea, 2016] ставится задача управления квадкоптером при возникновении неисправностей №3-№6. Обобщается результат предыдущей статьи и вводится новая

Полная модель движения квадкоптера

$$m\ddot{\mathbf{d}}^E = \mathbf{R}^{EB} e_3 \sum_{i=1}^{N_p} f_i + m\mathbf{g}^E + F_{ae}^B/m, \; F_{ae}^B = k_v \dot{\mathbf{d}}^E \tag{1}$$

$$\dot{\mathbf{R}}^{EB} = \mathbf{R}^{EB} \times \boldsymbol{\omega}_{EB}^B, \tag{2}$$

$$\tau_{res} = \mathbf{I}^B \dot{\boldsymbol{\omega}}^B + \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{I}^P \dot{\boldsymbol{\omega}}^{P_i} + \underbrace{\boldsymbol{\omega}^B \times \left(\mathbf{I}^B \boldsymbol{\omega}^B + \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{I}^P (\boldsymbol{\omega}^B + \boldsymbol{\omega}^{P_i}) \right)}_{=\tau_S}, \tag{3}$$

$$\tau_{res} = \sum_{i=1}^{N_p} (\mathbf{l}_i^B \times e_3 f_i + e_3 \tau_i(f_i)) + \tau_d^B \tag{4}$$

Модель квадкоптера-биспинера

$$\ddot{\mathbf{d}}^E = 1/m(\mathbf{R}e_3 \underbrace{\sum_{i=1}^{N_p} f_i}_{=f_1+f_3=u_\Sigma}) + \mathbf{g}^E - \cancelto{0,\, k_v=0}{k_v/m\dot{\mathbf{d}}^E}, \quad (5)$$

$$\tau_{res} = \mathbf{I}^B\dot{\boldsymbol{\omega}}^B + \cancelto{0}{\sum_{i=1}^{N_p}\mathbf{I}^P\dot{\boldsymbol{\omega}}^{P_i}} + \tau_S, \quad (6)$$

$$\tau_{res} = \cancelto{(0,\, l(f_3-f_1)=lu_\Delta,\, 0)}{\sum_{i=1}^{N_p}(\mathbf{l}_i^B \times e_3 f_i)} + e_3\kappa_\tau u_\Sigma + \cancelto{(0,0,-\gamma_z r)}{\tau_d^B} \quad (7)$$

$$\tau_S = \left((I_{zz}^T - I_{yy}^T)qr + I_{zz}^P\omega_\Sigma, -(I_{zz}^T - I_{xx}^T)pr - I_{zz}^P\omega_\Sigma, -0\cdot pq\right)^{\mathrm{T}}, \quad (8)$$

$$\omega_\Sigma = \sum^{2}\omega_i,\ I_{xx}^T = I_{xx}^B + 4I_{xx}^P, I_{zz}^T = I_{zz}^B + 4I_{zz}^P, I_{yy}^T = I_{xx}^T. \quad (9)$$

Модель квадкоптера-бисипинера

Число диф.ур.: 6+9+3=18. Число независимых управлений: 2.

$$\ddot{\mathbf{d}}^E = \frac{1}{m}\mathbf{R}e_3 u_\Sigma + \mathbf{g}^E, \tag{10}$$

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{R}\begin{bmatrix} 0, & -r, & q \\ r, & 0, & -p \\ -q, & p, & 0 \end{bmatrix}, \tag{11}$$

$$\dot{p} = -\frac{\Delta I}{I_{xx}^B}qr - \frac{I_{zz}^P}{k_f I_{xx}^B}q\omega_\Sigma, \Delta I = I_{zz}^B + 4I_{zz}^P - (I_{xx}^B + 4I_{xx}^P) \tag{12}$$

$$\dot{q} = +\frac{\Delta I}{I_{xx}^B}pr + \frac{I_{zz}^P}{k_f I_{xx}^B}p\omega_\Sigma + u_\Delta \frac{l}{I_{xx}^B}, \tag{13}$$

$$\dot{r} = 0 - \frac{\gamma}{I_{zz}^B}r + \frac{k_\tau}{I_{zz}^B}u_\Sigma, \tag{14}$$

$$\omega_\Sigma = \sqrt{\frac{u_\Sigma - u_\Delta}{2}} + \sqrt{\frac{u_\Sigma + u_\Delta}{2}}. \tag{15}$$

Модель дрейфа биспинера

ЗАМЕЧАНИЕ.*В силу достаточно большой скорости вращения* ω^* *все желаемые значения, будем считать усредненными по периоду* T_{hvr}, *а само желаемое движение как дрейф точного движения.*

$$
\begin{aligned}
\ddot{\mathbf{d}}^{\mathbf{E}} &= \frac{1}{m}\bar{\mathbf{R}}e_3\bar{u}_\Sigma + \mathbf{g}^E && |_{des} = \mathbf{0}_3,\\
\bar{\mathbf{R}} &\doteq \frac{1}{T_{hvr}}\int_0^{T_{hvr}}\mathbf{R}^{EB}(t)dt = \mathbf{R}^{EB}(0)\frac{\bar{\boldsymbol{\omega}}_{EB}^B(\bar{\boldsymbol{\omega}}_{EB}^B)^{\mathrm{T}}}{\|\bar{\boldsymbol{\omega}}_{EB}^B\|^2} && ,\\
\dot{\bar{p}} &= -\frac{\Delta I}{I_{xx}^B}\bar{q}\bar{r} - \frac{I_{zz}^P}{k_f I_{xx}^B}\bar{q}\bar{\omega}_\Sigma && |_{des} = 0,\\
\dot{\bar{q}} &= +\frac{\Delta I}{I_{xx}^B}\bar{p}\bar{r} + \frac{I_{zz}^P}{k_f I_{xx}^B}\bar{p}\bar{\omega}_\Sigma + \bar{u}_\Delta\frac{l}{I_{xx}^B} && |_{des} = 0,\\
\dot{\bar{r}} &= 0 - \frac{\gamma}{I_{zz}^B}\bar{r} + \frac{k_\tau}{I_{zz}^B}\bar{u}_\Sigma && |_{des} = 0,\\
\dot{\bar{\mathbf{n}}} &= \bar{\mathbf{n}} \times \bar{\boldsymbol{\omega}}_{EB}^B && |_{des} = 0.
\end{aligned}
$$

Частное решение — траектория дрейфа

После усреднения диф.ур-ний и желаемой траектории имеем систему алгебраических уравнений для нахождения управлений и траектории дрейфа.
Тривиальное решение имеет следующий вид:

$$
\begin{array}{lcll}
\bar{u}_\Sigma & = & m\|\mathbf{g}\|^E & , (e_3^{\mathrm{T}}\mathbf{R}(0)e_3)^{\mathrm{T}} = 1 \\
\bar{q} & = & 0 & , \dot{\bar{q}} = 0, \\
\bar{p} & = & 0 & , \dot{\bar{p}} = 0, \\
\bar{r} & = & \dfrac{k_\tau}{\gamma}\bar{u}_\Sigma & , \dot{\bar{r}} = 0, \\
\bar{\mathbf{n}} & = & e_3 & , \dot{\bar{\mathbf{n}}} = 0, \\
\bar{u}_\Delta & = & 0 \Rightarrow & \bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_3 = \bar{u}_\Sigma/2, \ \omega_1 \neq \omega_3
\end{array}
$$

Управление линеаризованной моделью

Система диф.ур., линеаризованная по части переменных относительно желаемого движения
$\tilde{s} = s - \bar{s} = (p, q, n_x, n_y, r) - (\bar{p}, \bar{q}, \bar{n}_x, \bar{n}_y, \bar{r})$, с учетом ограничений
$n_{xy} = n_x^2 + n_y^2 \leq \varepsilon_n \; n_z = \sqrt{1 - n_{xy}}$, $|u| < \bar{u}_\Sigma/2$, $|p| \leq \varepsilon_p$, $|q| \leq \varepsilon_q$

$$\dot{\tilde{s}} = A\tilde{s} + Bu \tag{16}$$

$$A = \frac{\partial \dot{s}}{\partial s}|_{s=\bar{s}} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{a} & 0 & 0 & 0 \\ -\bar{a} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{n}_z & 0 & \bar{r} & 0 \\ \bar{n}_z & 0 & -\bar{r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_r \end{bmatrix}, B = \frac{l}{I_{xx}^B} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{17}$$

где

$$\bar{a} = \frac{I_{xx}^T - I_{zz}^T}{I_{xx}^B}\bar{r} - \frac{I_{zz}^T}{I_{xx}^B}\bar{\omega}_\Sigma = \frac{mg}{I_{xx}^B}(I_{xx}^T - I_{zz}^T(\frac{k_\tau}{\gamma} + 1)),\; k_r = \frac{\gamma}{I_{zz}^B}. \tag{18}$$

Управляемость системы

Управляемость линейной системы и канонический вид. Последнее уравнение отщепляется и при $\gamma > 0$, $\lim_{t->\infty} \tilde{s}_5 = 0 <=> r = \bar{r}$.

Матрица управляемости $C = [B\; AB\; A^2B\; A^3B]$ имеет

$$det(C) = \bar{a}b^4\bar{n}_z^2\bar{r}(\bar{r}+\bar{a})^2. \qquad (19)$$

В силу ограничений ($\bar{n}_z > 0, b > 0$) проблемы с управляемостью системы есть только в 2-х точках: $\bar{r} = -\bar{a}$, $\bar{a} = 0$ и $\bar{r} = 0$. Если $det(C) \neq 0$, то система сводится к канонической форме ($\hat{A} = TAT^{-1}, \hat{B} = TB$), используя матрицу $T = [T_1; T_1A; T_1A^2; T_1A^3]$, $T_1 = (0, 1, 0, \bar{n}_z/\bar{a})$. Данная система легко сводится к интегратору 4-го порядка с ограничением на управление. Однако в силу квадратичных ограничений удобнее воспользоваться теорией LQR или адаптивных скользящих управлений.

Классическая постановка LQR задачи

Пусть дана система $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx$, $x, y \in R^n$. Необходимо найти управление в виде $u = K^* x$, где $K^* = \arg_{\min K \in \Omega} J(K)$, $J(K) = \int_0^\infty (y^{\mathrm{T}} R y + \gamma u^{\mathrm{T}} Q u) dt$, $R, Q \succ 0$, $\gamma > 0$, Ω—множество матриц K таких, что корни характеристического полинома замкнутой системы $\Delta(s) = \det(Es - A - BK)$расположены в открытой левой полуплоскости. Пусть R, Q и γ известны, тогда, если уравнение Рикатти имеет решение относительно матрицы

$$P^* = P \succ 0, \; -PB(\gamma Q)^{-1} B^{\mathrm{T}} P + A^{\mathrm{T}} P + PA + C^{\mathrm{T}} R C^T = 0,$$

$$u_{SQR} = K^* y, \; K^* = -Q^{-1} B^{\mathrm{T}} P^*.$$

В системе MATLAB достаточно использовать функцию lqr.

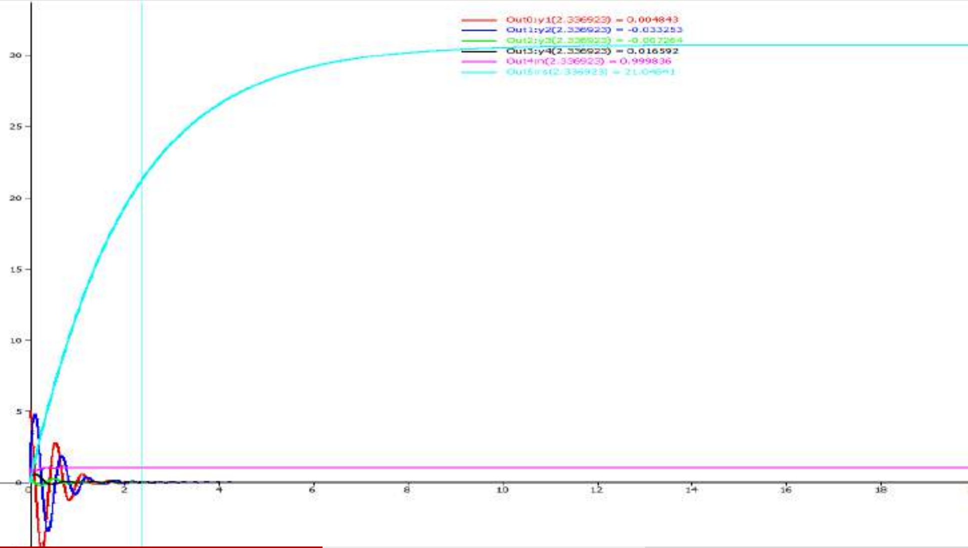
Алгоритм управления для (16),(17)

1. Полная тяга по 2-м винтам (при условии почти горизонтального висения) в течении интервала времени $T_{zero}(m, k_{tau}, \dots) < 1$ секунды в зависимости от параметров аппарата.
2.
   - Максимально быстрое достижение критической скорости вращения ($\bar{r}^* = -\bar{a}$, в этот момент аппарат неуправляем) с помощью управления по LQR алгоритму, рассчитанному для фиксированной угловой скорости в момент окончания разгона.
   - Максимально быстрое достижение желаемой скорости ($\bar{r}^{**} = \dfrac{k_\tau}{\gamma}\bar{u_\Sigma} = mg\dfrac{k_\tau}{\gamma}$)с помощью управления по LQR алгоритму, рассчитанному по угловой скорости в следущий такт после достижения $\bar{r}^*$.
3. Поддержание висения или посадка.

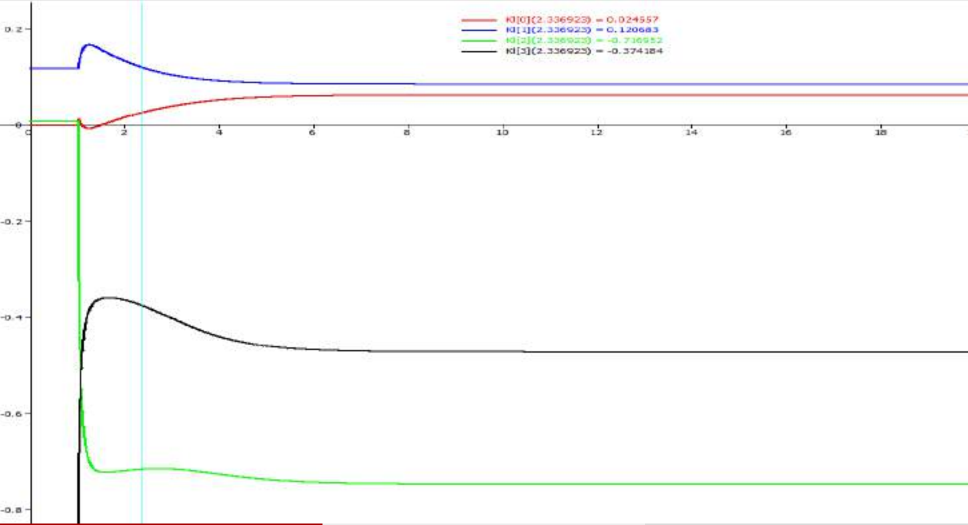
Параметры аппарата

- $\Delta t_i = 1/650$— шаг интегрирования
- $I^T_{xx} = 3.2 \times 10^{-3}$ кг м ^{2}, $I^T_{zz} = 5.5 \times 10^{-3}$ кг м ^{2}
- $I^P_{zz} = 1.5 \times 10^{-5}$ кг м ^{2}, $I^P_{xx} = 1.5 \times 10^{-9}$ кг м ^{2}
- $m = 0.5$кг, $\mathbf{g}^E = (0, 0, -9.81) m/sec^2$, $f_\Sigma \simeq 0.5\ N$
- $l = 0.5$ м
- $k_f = 6.41 \times 10^{-6}\ Ns^2/rad^2$, $\bar{\omega}_i = -619 rads^{-1}$
- $k_\tau = 1.69 \times 10^{-2}\ Nm/N$
- $f_i \in [0.2), 2.5(3.8)]\ N$
- $\gamma = 2.75 \times 10^{-3}\ Nms/rad$
- $\bar{r}^{**} = 30.7 rad/sec$
- $\bar{a} = -12$, $n_z = 1$

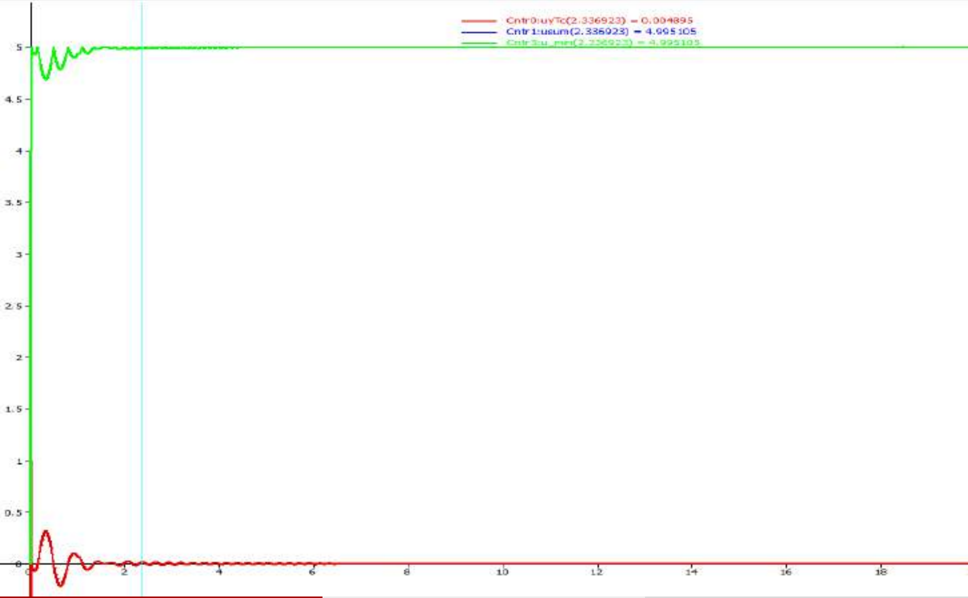
Угловые скорости и компоненты нормали для (16),(17) с SQR



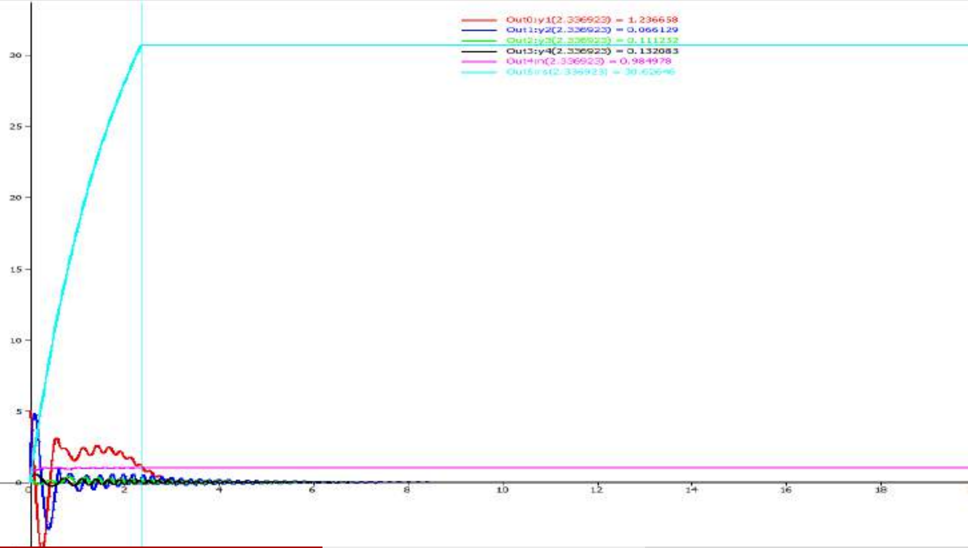
Коэффициенты в SQR законе управления для (16),(17)



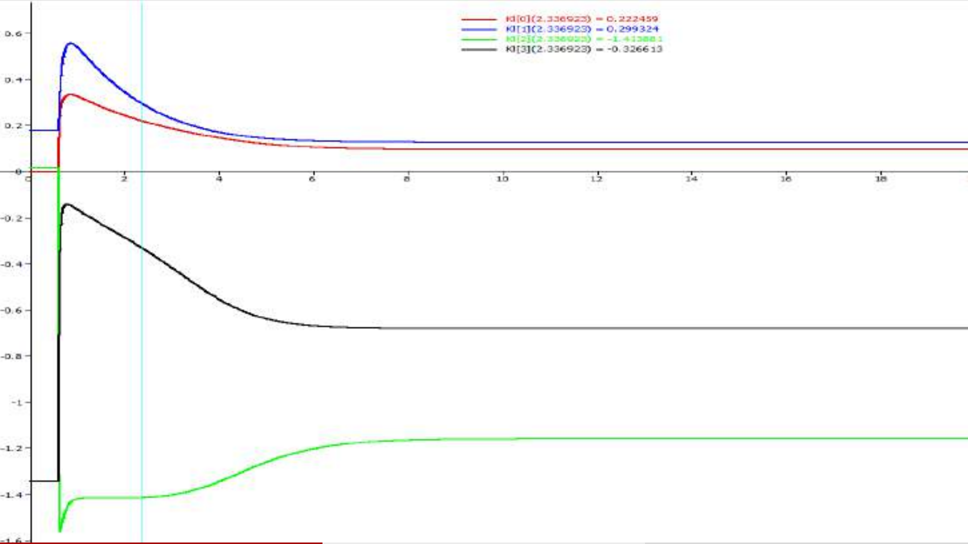
Управление SQR для (16),(17)



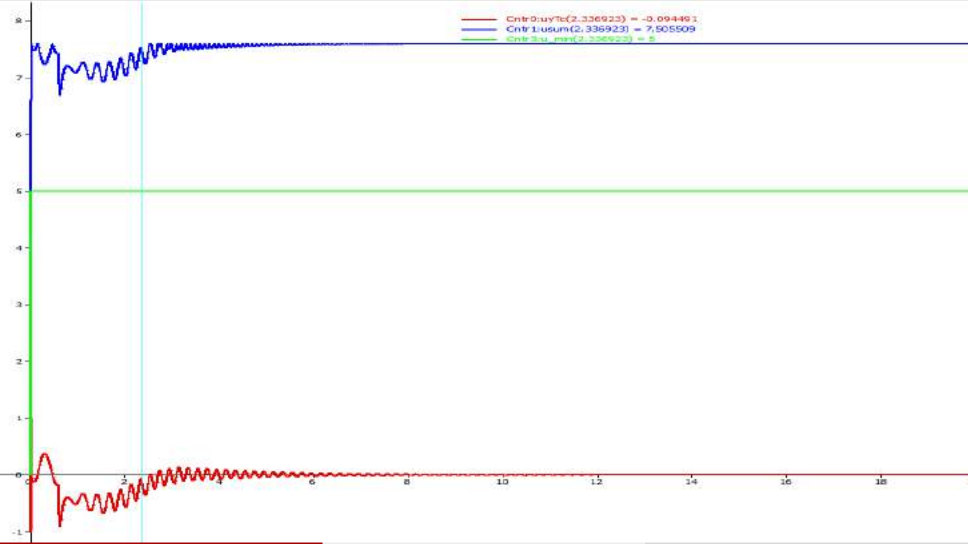
Угловые скорости и компоненты нормали для (16),(17) с гибридным



Коэффициенты в гибридном законе управления для (16),(17)



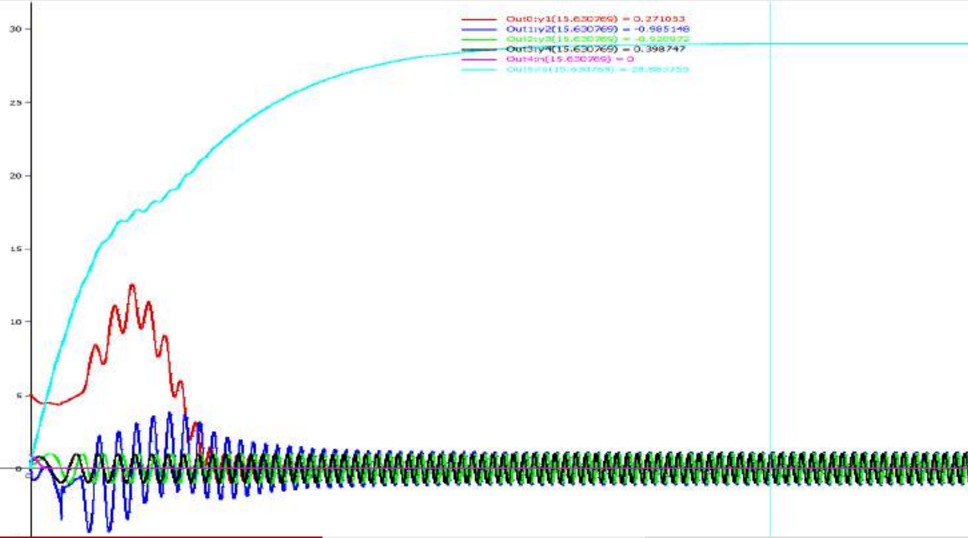
Гибридный закон управления для (16),(17)



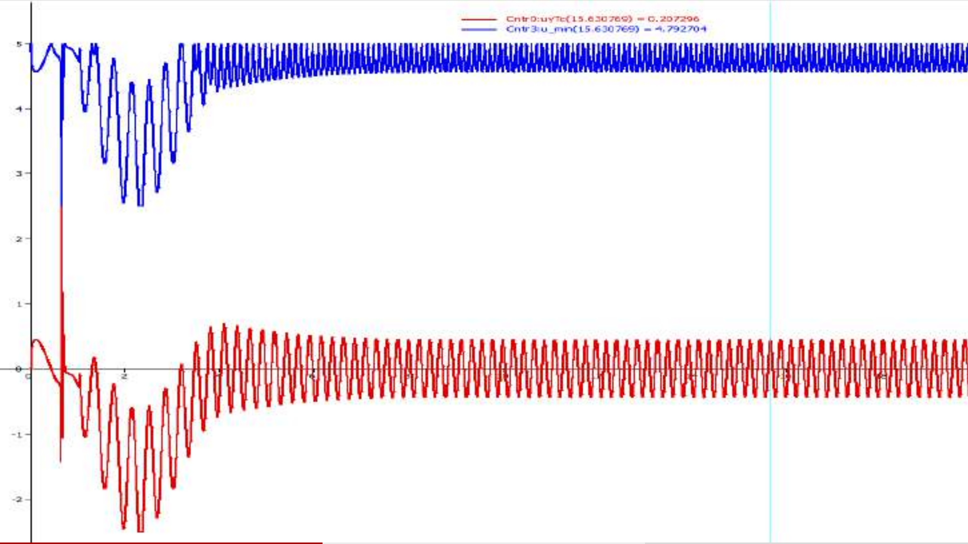
Модификация алгоритма управления

1. Полная тяга по 2-м винтам (при условии почти горизонтального висения) от в течении интервала времени $T_{zero}(m, k_{tau}, \dots) < 1$ секунды в зависимости от параметров аппарата;
2.
   - Максимально быстрое достижение критической скорости вращения ($\bar{r}^* = -\bar{a}$, в этот момент аппарат неуправляем) с помощью управления по адаптивному LQR алгоритму, фиксированной угловой скорости в момент окончания разгона;
   - Максимально быстрое достижение желаемой скорости ($\bar{r}^{**} = mgk_\tau/\gamma$)с помощью управления по адаптивному LQR алгоритму, рассчитанному по угловой скорости в следущий такт после достижения, которая фиксируется $\bar{r}^*$;
3. Поддержание висения или посадка.

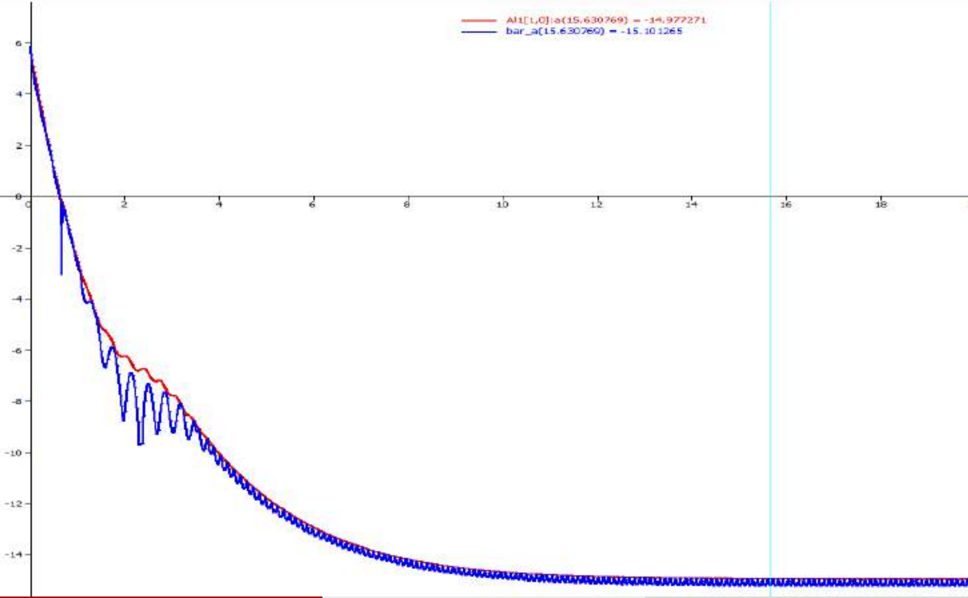
Угловые скорости и компоненты нормали для (2)-(4) с гибридным



Гибридный закон управления для (2)-(4)

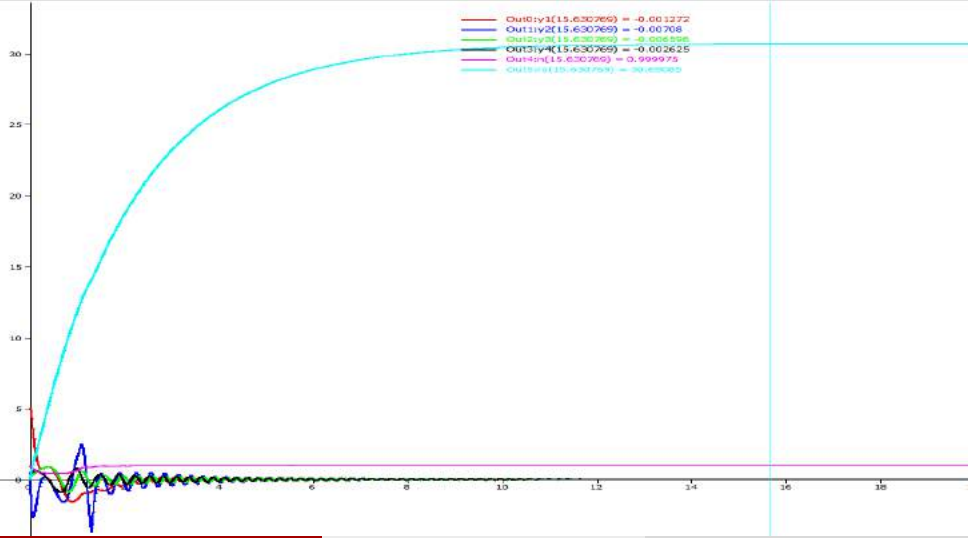


Значение и оценка $\bar{a}$ для (2)-(4)

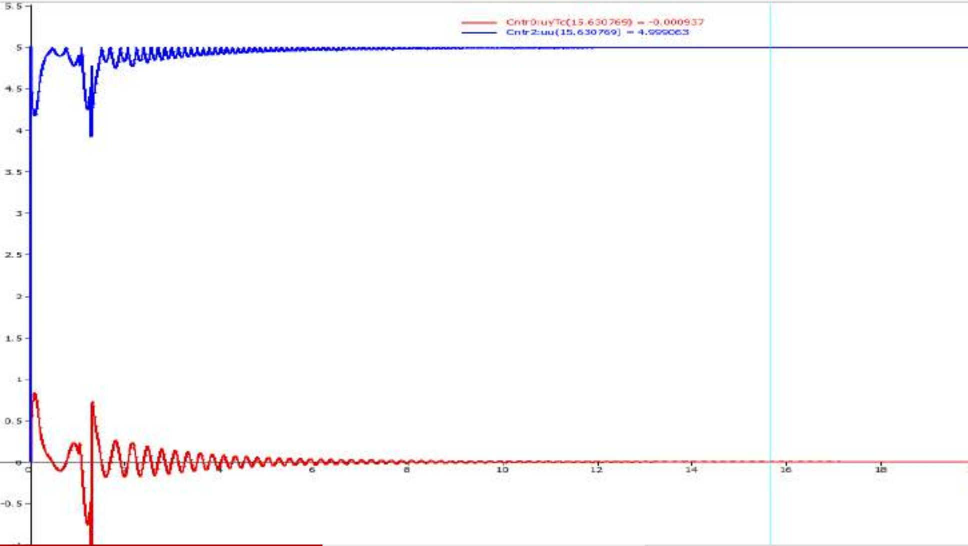


$\det(C)$ для (2)-(4)

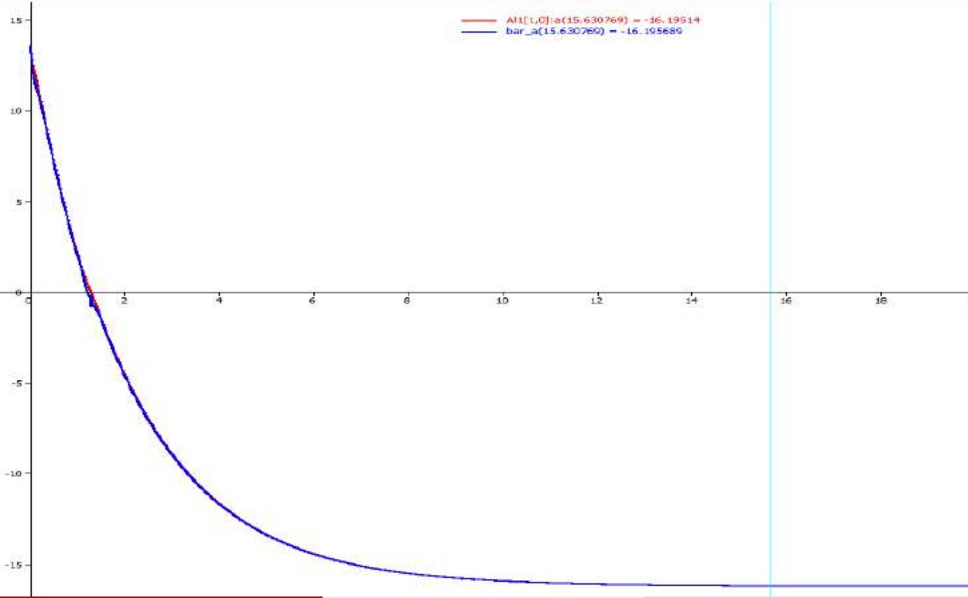
Угловые скорости и компоненты нормали для (2)-(4) с гибридным



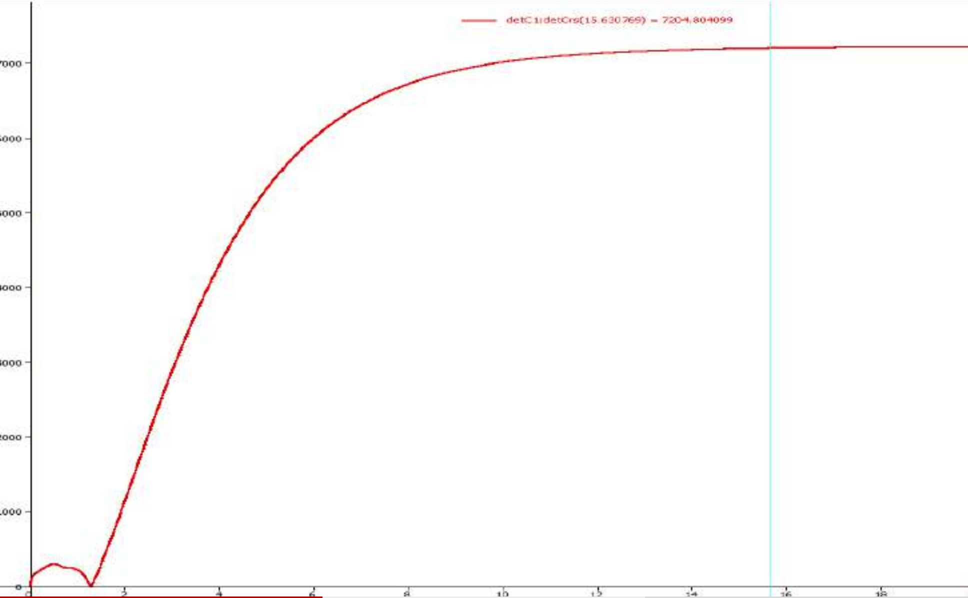
Адаптивный гибридный закон управления для (2)-(4)



Значение и оценка $\bar{a}$ для (2)-(4)



$\det(C)$ для (2)-(4)



Проблемы численного моделирования

1. Некорректная работа функций, при решении систем с разрывной правой частью в стандартных пакетах типа Матлаб, Математика, СкайЛаб;
2. Трудоемкий поиск параметров интегрирования (точность решения—время счета);
3. Проблема визуализации полученного решения (6 переменных)
4. Проблема поиска начального условия для уравнения Риккати в SQR алгоритме

Волчок Лагранжа(1788)

Случай Лагранжа:

1. ТТ имеет одну неподвижную точку
2. ТТ является динамически симметричным $J_1 = J_2 \neq J_3$,
3. Центр масс ТТ находится на оси симметрии.

Пусть ψ — угол прецессии, θ — угол нутации, ϕ — угол собственного вращения. $S_\theta = \sin(\theta)$, $C_\theta = \cos(\theta)$. Система уравнений движения ТТ в поле сил тяжести.

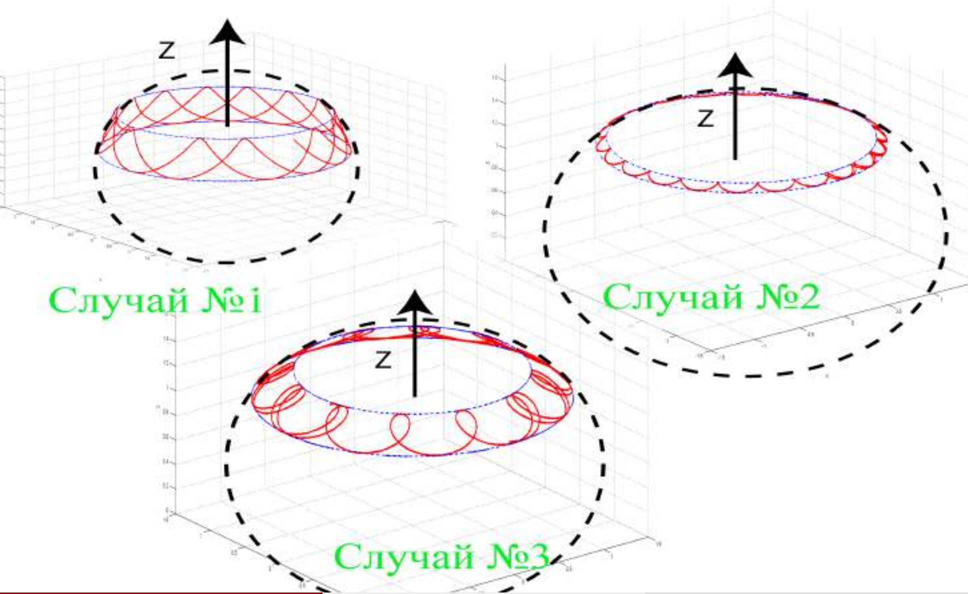
$$J_1\ddot{\theta} + (J_3(\dot{\phi} + \dot{\psi}C_\theta) - J_1\dot{\psi}C_\theta)\dot{\psi}S_\theta - mglS_\theta = 0, \tag{20}$$

$$J_1\ddot{\psi}S_\theta + 2J_1\dot{\psi}\dot{\theta}C_\theta - J_3\dot{\theta}(\dot{\phi} + \dot{\psi}C_\theta) = 0, \tag{21}$$

$$\ddot{\phi} + \ddot{\psi}C_\theta - \dot{\psi}\dot{\theta}S_\theta = 0. \tag{22}$$

Возможны 3 типа движений апекса, который задается $(\theta,\, \psi)$: $\dot{\psi}(t)$ — регулярно меняет знак, $\dot{\psi}(t)$ — не меняет знак, существуют моменты времени когда $\dot{\psi}(t_i) = 0$ в остальное время сохраняет знак. Траектория апекса всегда заключена между двумя параллелями, широта которых определяется гироскопической функцией.

Типы Движения апекса



Достижение желаемой скорости

Пусть задана желаемая траектория ввиде $W_r(t) = (\mathbf{d}_r^E, \dot{\mathbf{d}}_r^E, \ddot{\mathbf{d}}_r^E, \dddot{\mathbf{d}}_r^E)^{\mathrm{T}}$. Пусть далее $\tilde{x} = \mathbf{d}^E - \mathbf{d}_r^E$, $\tilde{v} = \mathbf{R}^{BE}\tilde{x}$, $\gamma(\dot{\mathbf{d}}^E, t) = a_e(\dot{\mathbf{d}}^E, t) - \ddot{\mathbf{d}}_r^E$, $a_e(\cdot, t) = ge_3 + F_{ae}^B/m$. Система примет вид

$$\dot{\tilde{x}} = \mathbf{R}^{EB}\tilde{v} \quad (23)$$

$$\dot{\tilde{v}} = -S(\boldsymbol{\omega}_{EB}^B)\tilde{v} - Ue_3 + \mathbf{R}^{BE}\gamma(\cdot, t) \quad (24)$$

$$\dot{\mathbf{R}}^{EB} = \mathbf{R}^{EB}S(\boldsymbol{\omega}_{EB}^B), \quad (25)$$

где $\boldsymbol{\omega}_{EB}^B$ и U— независимые управления.

Если $\tilde{v} = 0$, то $-Ue_3 + \mathbf{R}^{BE}\gamma = 0$тяга определяет единственное направление, при условии $\gamma \neq 0$.

Если $\gamma = 0$ система неуправляема. Пусть $\cos(\tilde{\theta}) = (\mathbf{R}^{BE}\gamma)e_3/|\gamma|$.

Необходимо найти закон управления $(U, \boldsymbol{\omega}_{EB}^B)$, гарантирующий асимптотическую устойчивость положению равновесия замкнутой системы $(\tilde{v}, \tilde{\theta}) = (0, 0)$.

Решение Hua

Пусть $a_e(\alpha, t)$, $\alpha \in R^3$ *удовлетворяет следующим ограничениям:*
$|a_e(\alpha,t)| \leq a_1 + a_2\|\alpha\|^2$, $\alpha^{\mathrm{T}} a_e(\alpha,t) \leq a_3\|\alpha\| + a_4\|\alpha\|^3$,
$\|\alpha\| \leq \alpha_r$, $\|\dot{\alpha}\| \leq \alpha_r^t$, $\|\ddot{\alpha}\| \leq \alpha_r^{tt}$.
Пусть $\exists\,\delta > 0 : |\gamma(\dot{\mathbf{d}}^E, t)| \geq \delta$, $\forall(\dot{\mathbf{d}}^E, t)$. *Пусть* $k_i > 0$, $i = 1,2,3$ *и система (23)замкнута управлением*

$$U = (\mathbf{R}^{BE}\gamma)_3 + k_1|\gamma|\tilde{v}_3,\ \omega_3 = 0 \tag{26}$$

$$\omega_1 = -\frac{k_3|\gamma|(\mathbf{R}^{BE}\gamma)_2}{(|\gamma| + (\mathbf{R}^{BE}\gamma)_3)^2} - \frac{1}{|\gamma|^2}\gamma^{\mathrm{T}} S(\mathbf{R}_1^{EB})\dot{\gamma} - k_2|\gamma|\tilde{v}_2 \tag{27}$$

$$\omega_2 = \frac{k_3|\gamma|(\mathbf{R}^{BE}\gamma)_1}{(|\gamma| + (\mathbf{R}^{BE}\gamma)_3)^2} - \frac{1}{|\gamma|^2}\gamma^{\mathrm{T}} S(\mathbf{R}_2^{EB})\dot{\gamma} + k_2|\gamma|\tilde{v}_1. \tag{28}$$

Тогда у системы (23)–(26)положение равновесия $(\tilde{v}, \tilde{\theta}) = (0,0)$*является асимптотически устойчивым с областью притяжения* $R^3 \times (-\pi, \pi)$. *Причем* $\tilde{\theta} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{R}^{BE}\gamma = |\gamma| e_3$.

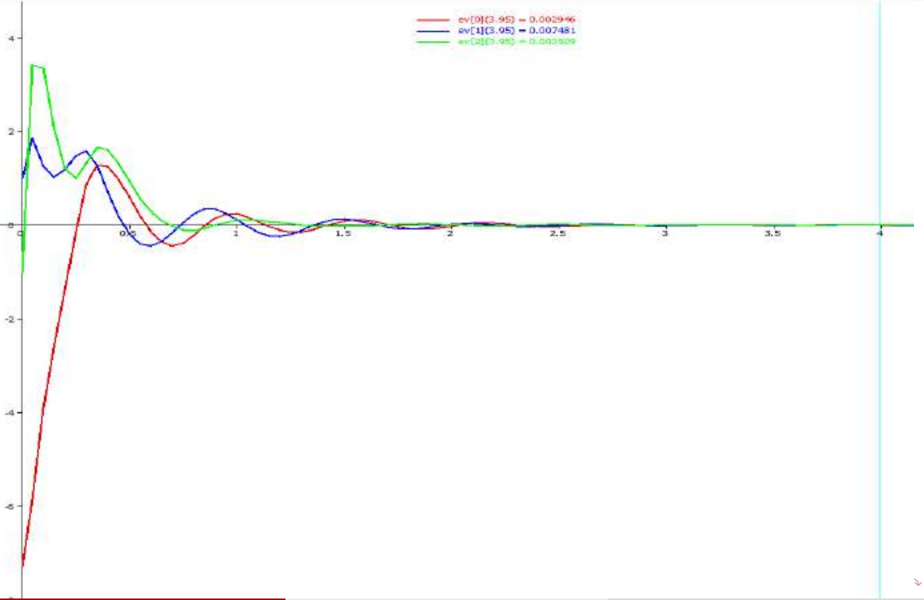
Случай биспинера

Пусть $a_e(\alpha, t)$, $\alpha \in R^3$ *удовлетворяет следующим ограничениям:* $|a_e(\alpha, t)| \leq a_1$, $\alpha^{\mathrm{T}} a_e(\alpha, t) \leq a_3 \|\alpha\|$, $\|\alpha\| \leq \alpha_r$, $\|\dot{\alpha}\| = 0$, $\|\ddot{\alpha}\| = 0$.

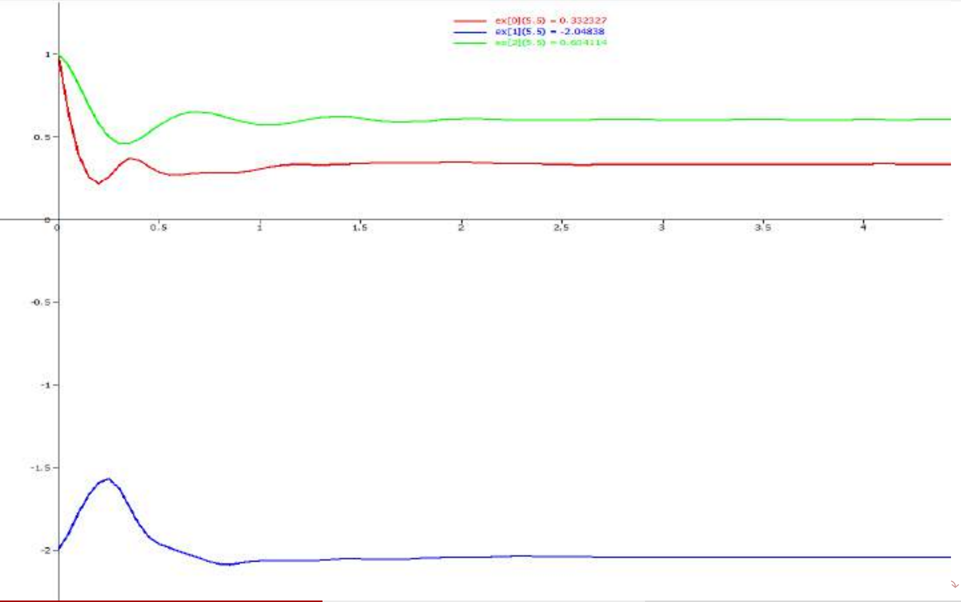
$$
\begin{aligned}
U &= u_\Sigma = n_z + k_1 |\gamma| \tilde{v}_3, && (29)\\
\omega_1 &= s_1 = -\cancelto{0}{\frac{k_3 (n_z)_2}{(1+n_z)^2}} - k_2 |\gamma| \tilde{v}_2, && (30)\\
\omega_2 &= s_2 = \cancelto{0}{\frac{k_3 (n_z)_1}{(1+n_z)^2}} + k_2 |\gamma| \tilde{v}_1, && (31)\\
\omega_3 &= s_5 = \bar{r}. && (32)
\end{aligned}
$$

Тогда у системы (23)–(26) положение равновесия $(\tilde{v}, \tilde{\theta}) = (0, 0)$ *является асимптотически устойчивым с областью притяжения* $R^3 \times (-\pi, \pi)$. *Причем* $\tilde{\theta} = 0 \Leftrightarrow n_z = |\gamma| e_3$.

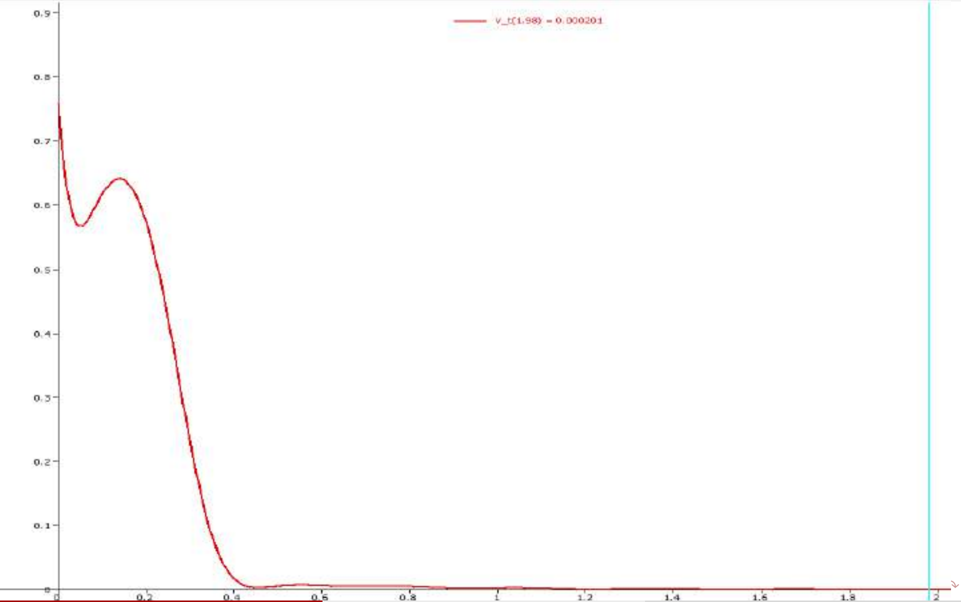
Ошибка по скорости



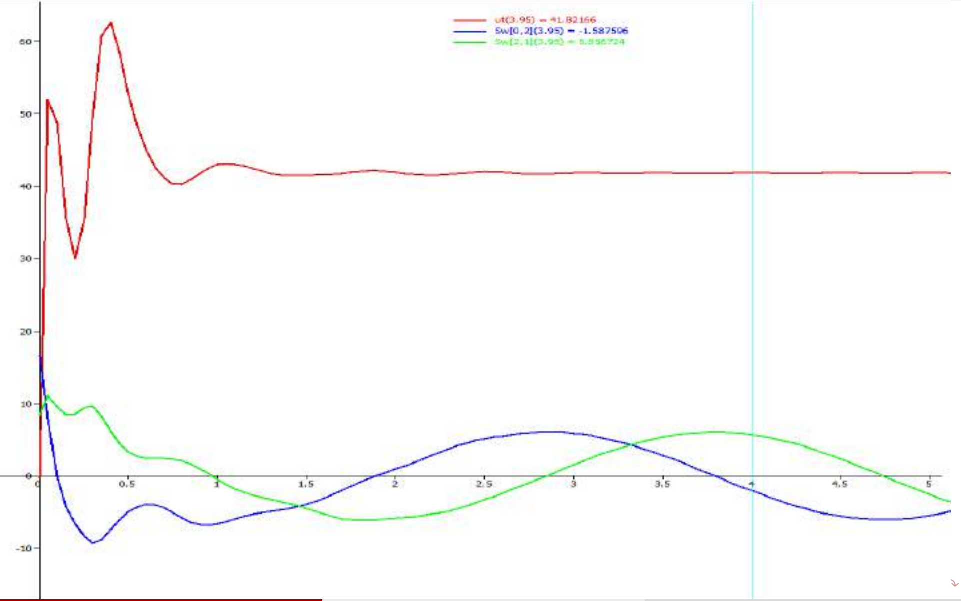
Ошибка по позиции



Ошибка по направлению



Закон управления



Задача управления по позиции

Алгебро-дифференциальное уравнения для поиска управления $U = \tanh(u_\sigma(\cdot))$, где $u_\sigma(\cdot) = f(\ddot{\mathbf{d}}^E, \dot{\mathbf{d}}^E, \mathbf{d}^E, \mathbf{R}^{EB})$:

$$\begin{aligned} m\ddot{\mathbf{d}}^E &= \mathbf{R}^{EB} e_3 \tanh(u_\sigma(\cdot)) + m\mathbf{g}^E + \mathbf{R}^{EB} F^B_{ae}/m, && (33) \\ (\mathbf{d}^E)_3 &:= H,\ H \geq 0. && (34) \end{aligned}$$

Алгебраическое уравнение задает цель:

- $H = 0$ — посадка,
- $H > 0$ — висение.

Система решение с помощью метода реализованного в системе DExpert (в нашем случае аналогичного линеаризации обратной связью) с использованием символьных вычислений.

Падение тяги

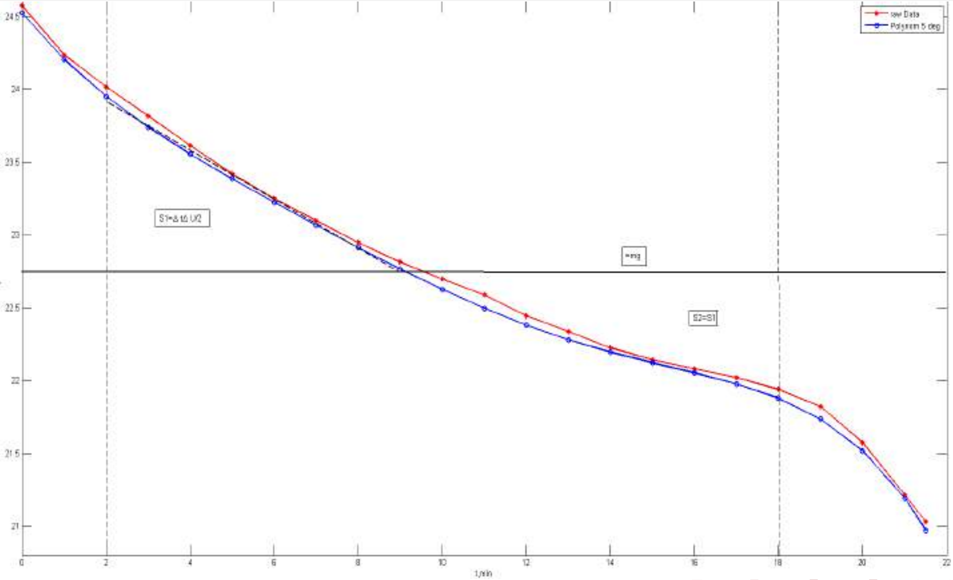
Модель разряда батареи под нагрузкой достаточно сильно зависит от потребляемого тока. Полет на двух винтах относится к агрессивным маневрам. т.е. потребление каждым мотором резко увеличивается.

Главной особенностью такого разряда батареи является отстутствие почти ровных участков падения напряжения от времени при постоянной силе тока.

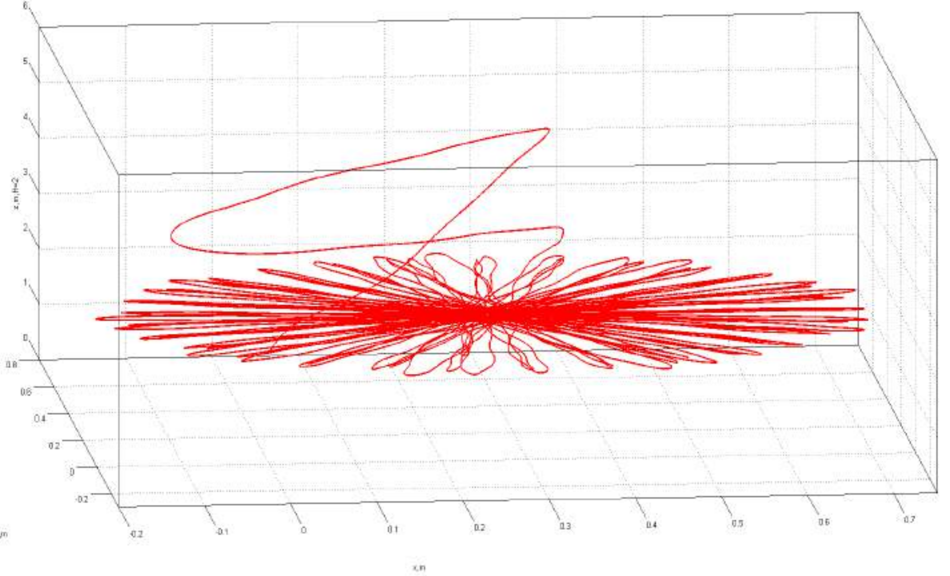
Для вычисления ограничений на максимальное управление, предлагается воспользоваться полиномиальной аппроксимацией сырых данных (полином 5-ой степени), а также выделить рабочую зону батареи.

Это означает, что максимальная тяга $\bar{U} = p_i t^i$, $i = 0, \ldots, 5$.

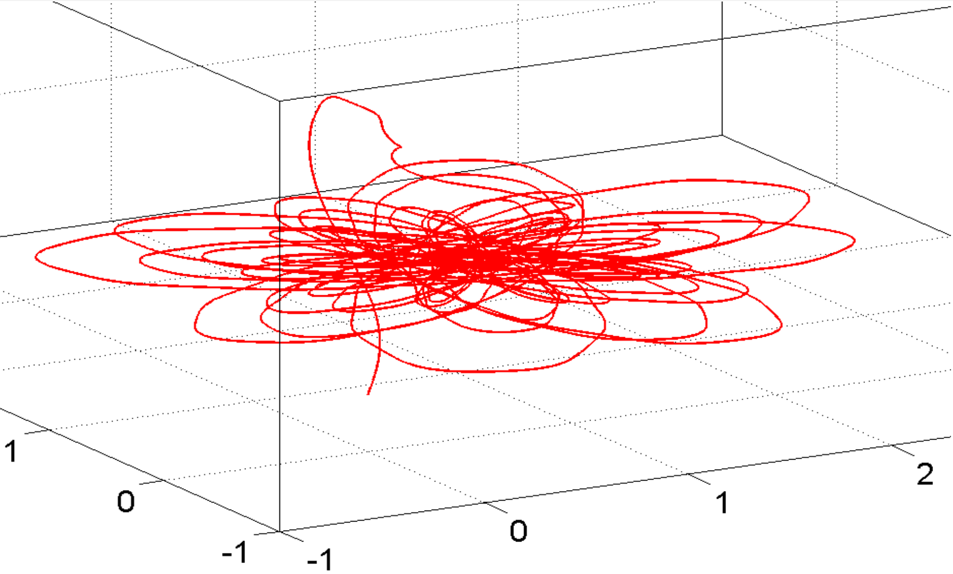
Падение тяги (разряд батареи)



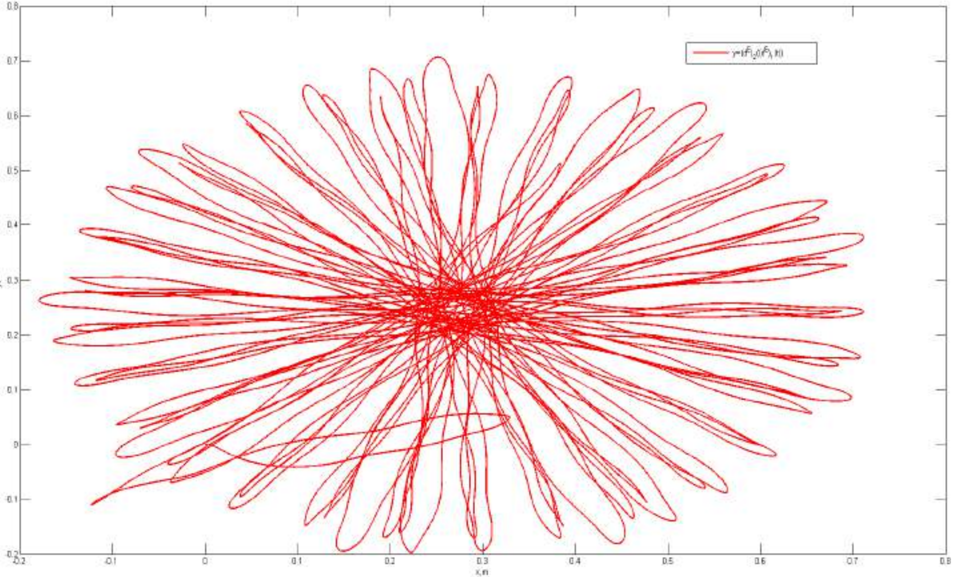
Траектория движения, $r(0) = 20$



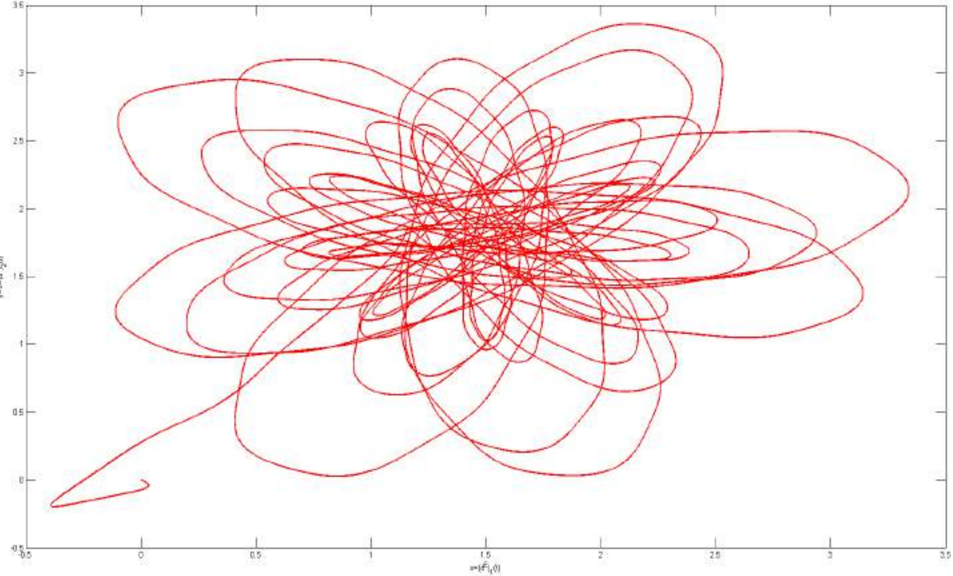
Траектория движения, $r(0) = 0$



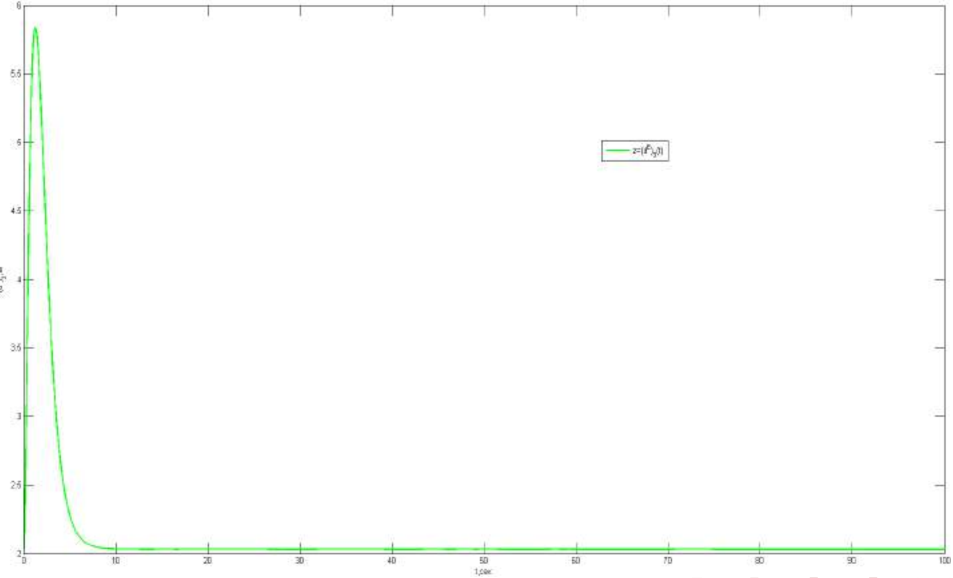
Фазовая траектория , $r(0) = 20$



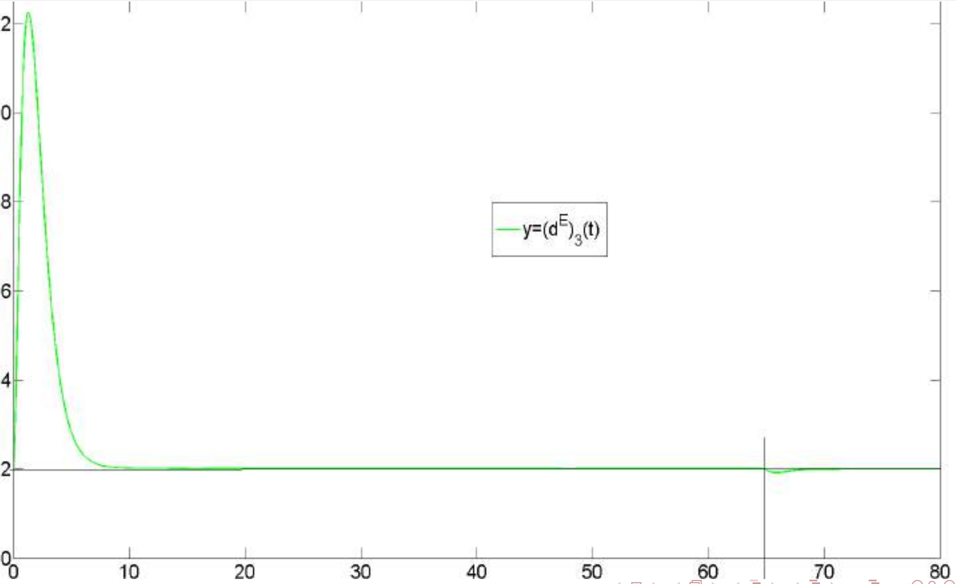
Фазовая траектория, $r(0) = 0$



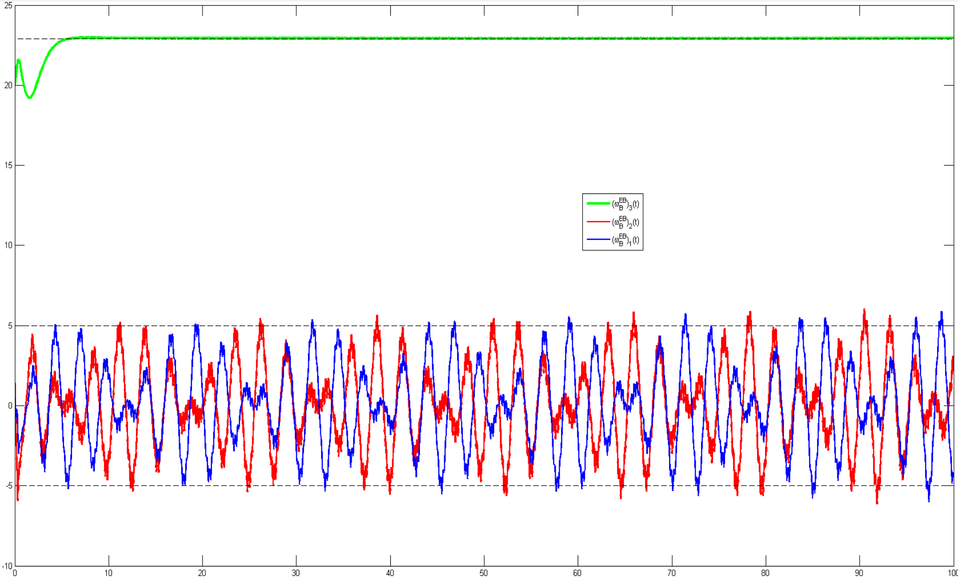
Высота , $r(0) = 20$



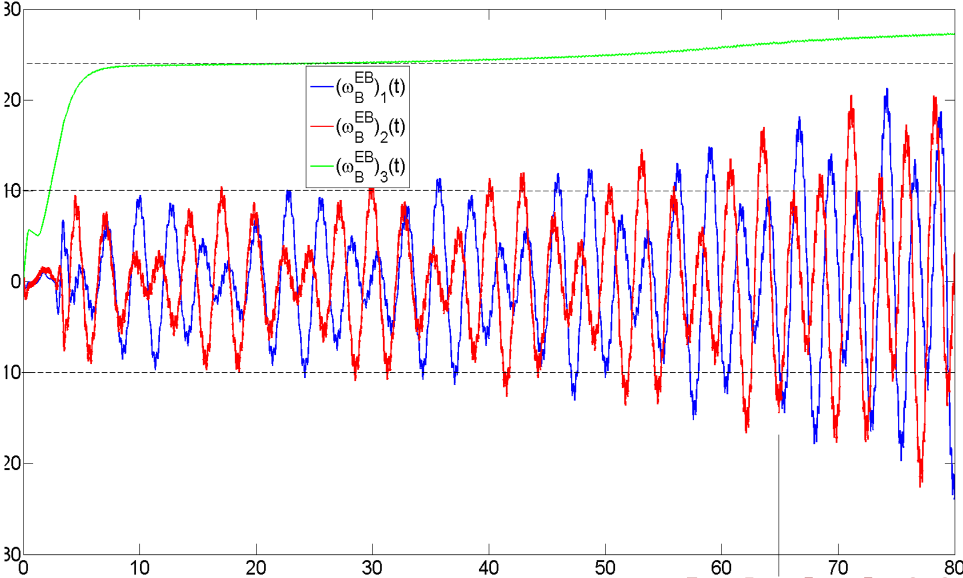
Высота, $r(0) = 0$



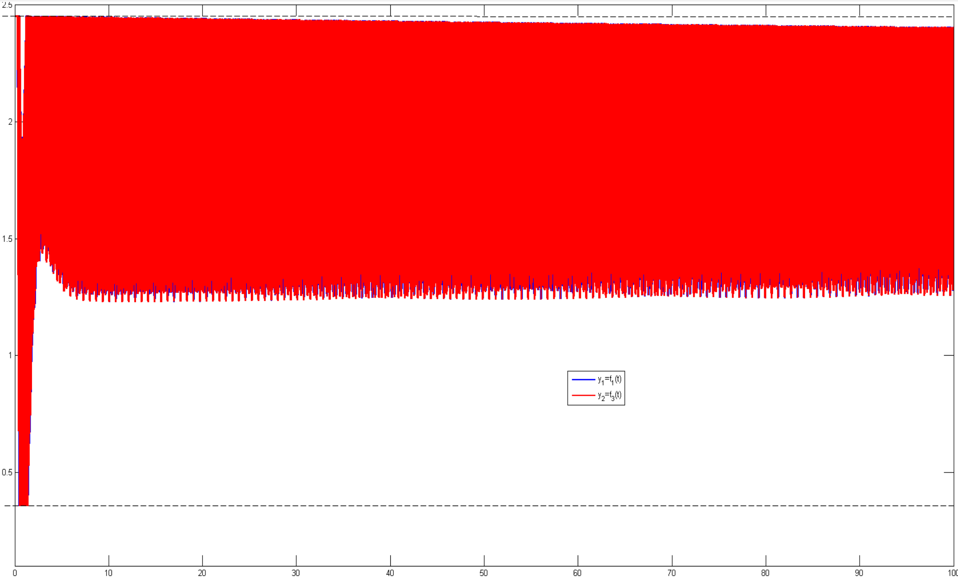
Угловая скорость, $r(0) = 20$



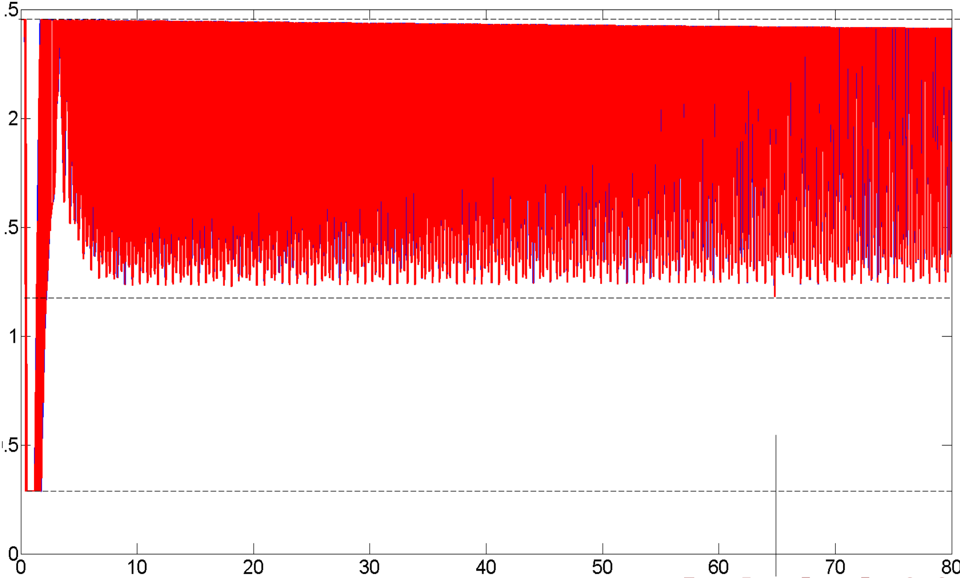
Угловая скорость, $r(0) = 0$



Управление, $r(0) = 20$



Управление, $r(0) = 0$



Управление (часть), $r(0) = 20$

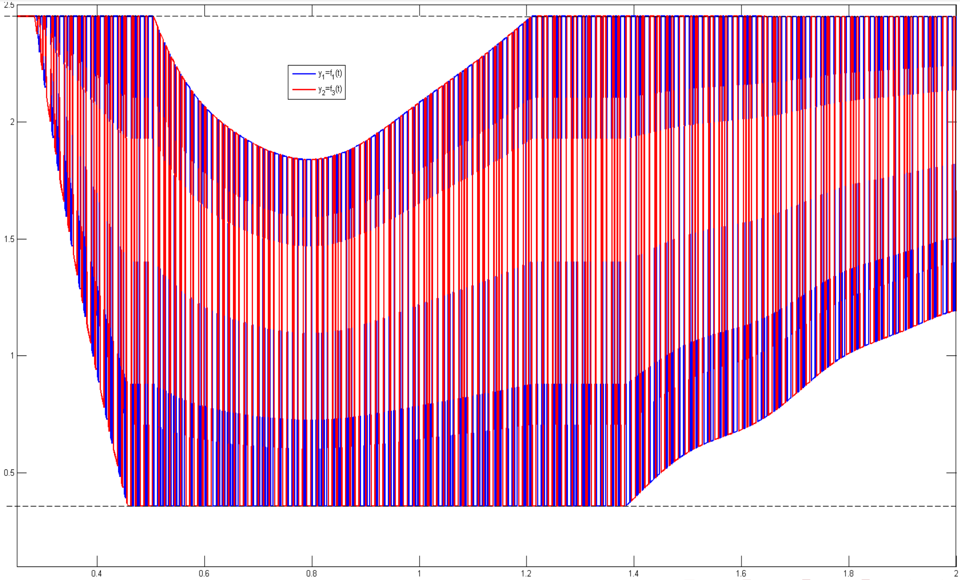


График $n_z(t)$, $r(0) = 20$

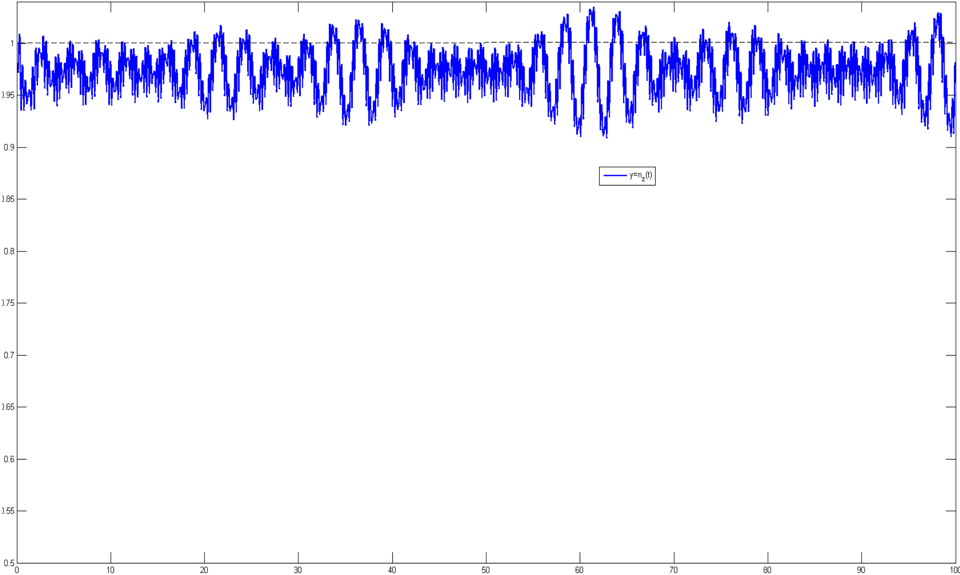
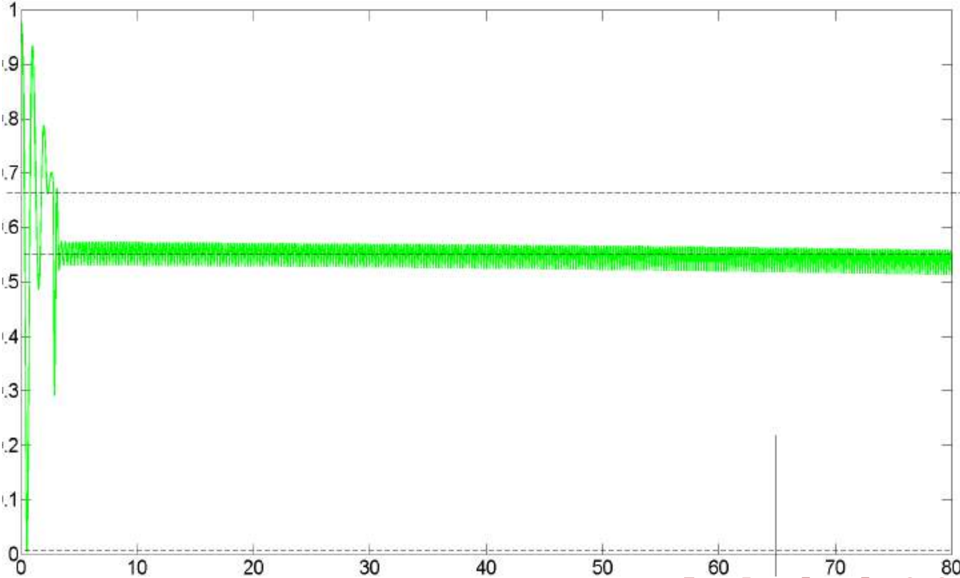
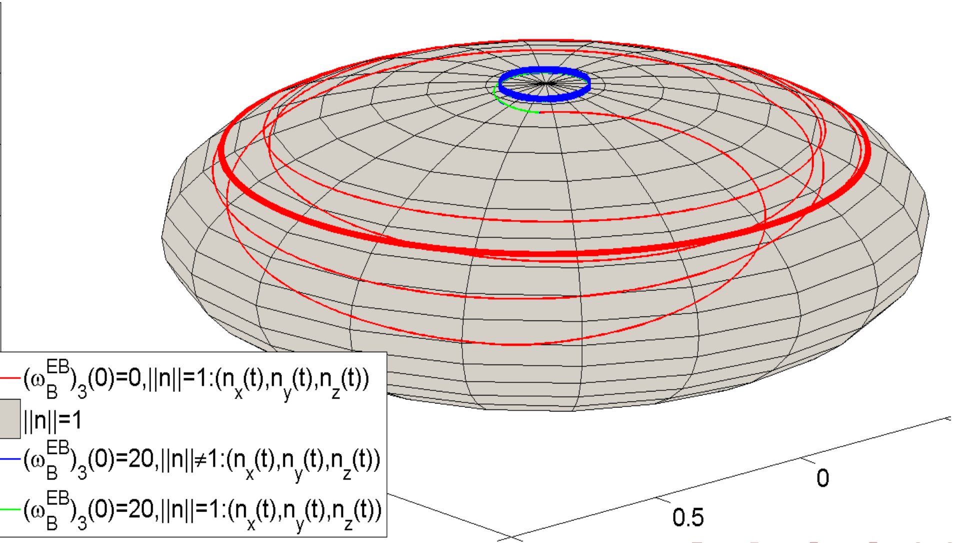


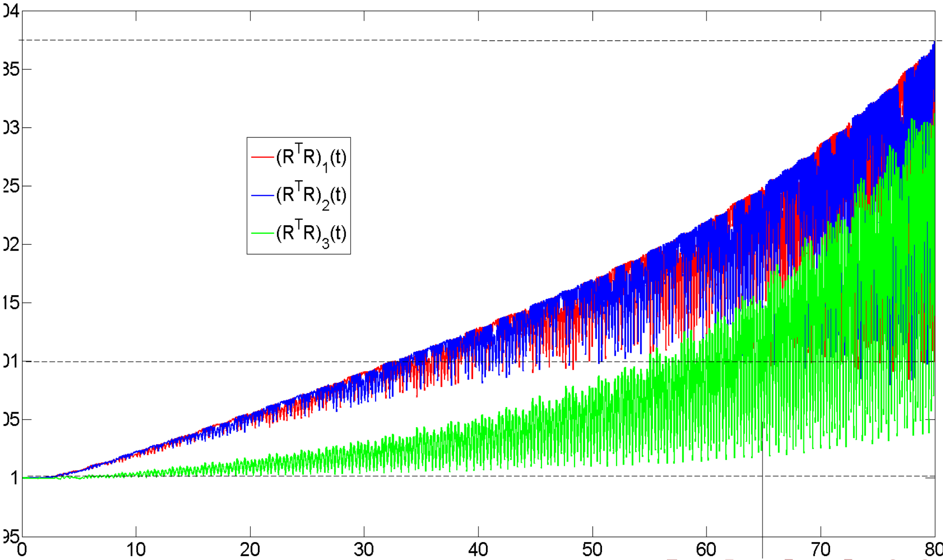
График $n_z(t)$, $r(0) = 0$



Движение нормали



Компоненты единичной матрицы



Выводы

1. Построен закон управления, позволяющий посадить квадкоптер при отказе 2-х винтов
2. Построен закон управления, позволяющий гарантировать висение квадкоптера при отказе 2-х винтов в некоторой ограниченной области пространства
3. Построена математическая модель биспинера
4. Проведено численное моделирование с параметрами, соответствующими физической модели квадкоптера
5. Выявлены основные проблемы численного моделирования для данной модели квадкоптера-биспинера

Обсуждение Часть I

1. Проблема оценки матрицы ориентации по реальным сенсорам не рассматривалась
2. Область притяжения предложенного закона управления не известна
3. Предложенный алгоритм управления не является робастным к основным параметрам физического объекта ;
4. Предложенный алгоритм не был опробован на реальном квадкоптере
5. Проблема потери ортогонализации матрицы ориентации при интегрировании уравнения Пуассона может быть решена, только введением принудительной ортогонализации матрицы ориентации после некоторого числа шагов алгоритма интегрирования, что дополнительно усложнит и так достаточно громоздкую модель

Обсуждение Часть II

1. Управление мотором происходит с помощью разрывного закона управления. Приведенная в работе оценка выхода на заданную величину не учитывает задержек в системе в целом, которые ее значительно превосходят и к сожалению не моделируются приведенным диф.уравнением;
2. Взаимодействие пропеллера и воздуха при наличии ветра в модели квадкоптер-биспинер остается открытой проблемой
3. Вопрос использования динамического торможения для системы мотор-пропеллер не рассматривался. Данный механизм позволяет гораздо эффективнее сбрасывать обороты пропеллера, когда они малы в сравнении с трением о воздух, тем самым позволяя отработать разрывный закон управления.

D. Scaramuzza, M. Achtelik, L. Doitsidis, F. Fraundorfer, E. Kosmatopoulos, A. Martinelli, M. Achtelik, M. Chli, S. Chatzichristofis, L. Kneipet al. (2013) Vision-controlled micro flying robots: from system design to autonomous navigation and mapping in gps-denied environments. [online] http://robotics.ethz.ch/scaramuzza/DavideScaramuzzafiles/publications/pdf/IEEERAMsubmitted.pdf.

A. Marks, J. F. Whidborne, and I. Yamamoto, “Control allocation for fault tolerant control of a VTOL octorotor,” in UKACC International Conference on Control. IEEE, 2012, pp. 357–362.

Y. Zhang, A. Chamseddine, C. Rabbath, B. Gordon, C.-Y. Su, S. Rakheja, C. Fulford, J. Apkarian, and P. Gosselin, “Development of advanced FDD and FTC, techniques with application to an unmanned quadrotor helicopter testbed,”Journal of the Franklin Institute, 2013.

(2016, September) Multicopter, quadcopter, drone, RC aircraft recovery and rescue chutes. Founded October 2007.[online] http://fruitychutes.com/uav_rpv_drone_recovery_parachutes/drone_multicopter_quadcopter_recovery_parachutes.htm

'DJI dropsafe system' // User Manual Dec,2014,(Accessed 10 Sep. 2016)http://www.dji.com/product/dropsafe

M. Ranjbaran and K. Khorasani, "Fault recovery of an underactuated quadrotor aerial vehicle," inIEEE Conference on Decision and Control. IEEE, 2010, pp. 4385–4392.

H. A. Izadi, Y. Zhang, and B. W. Gordon, "Fault tolerant model predictive control of quad-rotor helicopters with actuator fault estimation," in IFAC World Congress, vol. 18, no. 1, 2011, pp. 6343–6348.

A. Chamseddine, Y. Zhang, C. A. Rabbath, C. Join, and D. Theilliol, "Flatness-based trajectory planning/replanning for a quadrotor unmanned aerial vehicle,"IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 48, no. 4, pp. 2832–2848, 2012.

A. Freddi, A. Lanzon, and S. Longhi, "A feedback linearization approach to fault tolerance in quadrotor vehicles," in IFAC World Congress, 2011, pp. 5413–5418.

Lanzon, A., Freddi, A. & Longhi, S. (2014), 'Flight control of a quadrotor vehicle subsequent to a rotor failure',Journal of Guidance, Control, and Dynamics37(2), 580–591.

A. Freddi, S. Longhi, A. Monteriu, and M. Prist, "Actuator Fault Detection and Isolation System for an Hexacopter," in 2014 IEEE/ASME 10th International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications (MESA), 2014, pp. 1–6.

M. A. Rossi, P. Lollini, A. Bondavalli, F. B. de Oliveira, M. Corrêa, Zarzirbird project: Modeling RPAS dynamics for load stability // Proc.34th Digital Avionics Systems Conference September 13-17,Prague, Czech Republic, 2015.

A. Zulu, S. John, A Review of Control Algorithms for Autonomous Quadrotors // Systems and Control[online](Accessed 10 sep 2016) http://arxiv.org/abs/1602.02622v1

Stability and control of a quadrocopter despite the complete loss of one, two, or three propellers // Proc. IEEE International Conference on Robotics & Automation (ICRA), May 31 - June 7, Hong Kong, China, 2014.

Mark W. Mueller, Raffaello D'Andrea, Relaxed hover solutions for multicopters: application to algorithmic redundancy and novel vehicles, International Journal of Robotics Research, vol. 35 no. 8, 2016, pp. 873-889.

- Y. Kataoka, K.Sekiguchi and M.Sampei, Nonlinear Control and Model Analysis of Trirotor UAV Model, Proc. of the 18th Int. Federation of Automatic Control World Congress, 2011.
- J. Escareo, A. Sanchez, O. Garcia, R. Lozano, Triple tilting rotor mini-UAV: Modeling and embedded control of the attitude // Proc. American Control Conference, 2008, pp. 3476-3481.
- S. Salazar-Cruz, F. Kendoul, R. Lozano and I. Fantoni, Real-Time Control of a Small-Scale Helicopter Having Three Rotors, Proc. of IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, 2006, pp. 2924– 2929.
- E. R. Ulrich, J. S. Humbert and D. J. Pines, Pitch and Heave Control of Robotic Samara Micro Air Vehicles // JOURNAL OF AIRCRAFT Vol. 47, No. 4, 2010, PP.1290-1299.